聚知刊出版社
JZK publishing

II 型 Z 最优奇长 Z 互补对的构造

刘琦

西华大学理学院，四川省成都市，611730；

摘要：通过以长为 N 的对称 Golay 互补对（S-GCP）为种子序列对，在 S-GCP 的特定位置插入 7 个码元，实现了长为 N+7 的 II 型 Z 最优奇长二进制 Z 互补对（OB-ZCP）的构造。所得 Z 互补对的长度在之前未被提出且序列对的零相关区外非周期自相关函数和（OZ-AACSs）较小，这为无线通信系统提供了更多的序列选择。

关键词：Golay 互补对；Z-互补对；Z-最优；序列构造

Construction of Type II Odd-length Z-optimal Complementary Pairs

LIU Qi

School of Science of Xihua University,Sichuan Chengdu,611730;

Abstract: By using the symmetric Golay complementary pair（S-GCP）with length N as the seed sequence pairs, and inserting 7 code elements at the specific position of S-GCP, the class construction of Type II Z-optimal odd binary Z-Complementary Pair（OB-ZCPs）with length N+7 are realized. The resultant sequence pairs reach the theoretical limit of the zero correlation region(ZCZ)width and out-of-zcz aperiodic autocorrelation sum（OZ-AACSs）are small, and the constructed ZCP parameters are richer, which provides more sequence choices for wireless communication systems.

Key words: Golay Complementary Pairs; Z- Complementary Pairs; Z-Optimal; Sequence Construction

DOI:10.69979/3041-0673.24.4.035

引言

Golay 互补对(GCP)指在每个非零时移处的非周期自相关函数和(AACS)都等于零的一对等长序列[1]。GCP 被广泛应用于正交频分复用系统[2]、光纤网络中的码分多址[3]、雷达系统[4]等领域。但是 GCP 只存在于很有限的长度上，即 2a10b26c(a,b,c 是非负整数)[5]。因此扩展互补序列的长度，寻找性质类似 GCPs 的序列成为了学者们研究的方向。Fan 等[6]首次提出 Z 互补对(ZCP)的概念。如果一对等长序列有在零时移或末时移周围区域的非周期自相关函数和(AACFs)为零这一特点，则该序列对被称为 ZCPs,该区域被称为零相关区(ZCZ)。二进制 ZCPs 可以根据长度分为偶长二进制 ZCPs(EB-ZCPs)和奇长二进制 ZCPs(OB-ZCPs)。Liu 等[7]提出 ZCP 还可根据性质分类，分为 I 型和 II 型。I 型 ZCPs 的 ZCZ 区间在零时移附近。II 型 ZCPs 的 ZCZ 区间在末时移附近。I 型 ZCPs 常应用于准同步码分多址(QS-CDMA)[8]。II 型 ZCPs 可解决在宽带无线通信系统中异步干扰的问题[9]。Fan 等[6]通过计算机搜索后猜想:长度为N 的 OB-ZCPs 的 ZCZ 宽度最大为 N+1/2。Li 等[10]证明了文献[6]的猜想是正确的。Liu 等[7]给出了文献[6]猜想的具体系统的构造，且定义了 Z 最优 OB-ZCPs。即长度为奇数 N 且 ZCZ 长度为 N+1/2 的序列对。当 I 型和 II 型 OB-ZCPs 的最大区外非周期自相关函数和的绝对值为 2，则 OB-ZCPs 被认为最优。

目前对于 II 型 Z 最优 OB-ZCPs 近几年的研究成果如下。2019 年，Shen 等[11]以标准二元 GDJ 序列对为种子序列对，通过迭代法插入 3 个码元，得到长度为 2m+3(m 为正整数)的 II 型 Z 最优 OB-ZCPs。2020 年，Adhikary 等[12]通过图灵(Turyn)法获得了具有对称性质的 GCPs，在这类 GCPs 中插入一个码元，构造了长度为 N+1(N=2a10b26c,a,b,c 是非负整数，a≥1)的最优 OB-ZCP。2021 年，Gu 等[13]提出了一种基于序列串联递归的构造方法，构造了长度为 2N±1(N 为整数)的 Z 最优 OB-ZCP。2021 年，Tian 等[14]以长度为 N 的对称 GCP(S-GCP)为种子序列对，在 3 个位置插入特定的码元，构造了长度为 N+3 的 II 型 Z 最优 OB-ZCP。2023 年，Lin 等[15]完善了文献[14]系统建构的插入位置，构造了新的长度为 N+3 的 II 型 Z 最优 OB-ZCP，并将构造的 3 种插入序列与文献[14]的 5 种序列进行计算机仿真，得到了更低的 PMEPR。

本文受文献[14]和[15]的启发，以长度为 N 的 S-GCP 为种子序列对，在特定位置插入 7 个码元，实现了长为 N+7

的 II 型 Z 最优 OB-ZCP 的构造，丰富了现有 II 型 OB-ZCPs 的研究。

1 符号及定义

全文使用的符号如下：

① 0N 表示长度为 N 且元素全为 0 的序列

② $\overleftarrow{\mathbf{a}}$ 表示序列 $\mathbf{a}$ 的逆序

③ $\otimes$ 表示 Kronecker 积

④ $\mathbf{a}\parallel\mathbf{b}$ 表示序列 $\mathbf{a}$ 和序列 $\mathbf{b}$ 的水平联结

定义 1 对两个长度为 N 的二进制序列 $\mathbf{e}=(e_0,e_1,\cdots,e_{N-1})$ 和 $\mathbf{f}=(f_0,f_1,\cdots,f_{N-1})$，定义它们的非周期相关函数为：

$$\rho_{\mathbf{e},\mathbf{f}}(\tau)=\begin{cases}\sum_{i=0}^{N-1-\tau}e_i f_{i+\tau}, & 0\le\tau\le N-1\\ \sum_{i=0}^{N-1-\tau}e_{i+\tau}f_i, & -(N-1)\le\tau\le-1\\ 0, & |\tau|\ge N\end{cases}\qquad(1)$$

$\rho_{\mathbf{e},\mathbf{f}}(\tau)$ 被称为序列 $\mathbf{e}$ 和序列 $\mathbf{f}$ 的非周期互相关函数(ACCF)，当 $\mathbf{e}=\mathbf{f}$ 时，$\rho_{\mathbf{e},\mathbf{f}}(\tau)$ 被称为序列 $\mathbf{e}$ 和序列 $\mathbf{f}$ 的非周期自相关函数(AACF)，可简记为 $\rho_{\mathbf{e}}(\tau)$。

定义 2 长度为 N 的二进制序列 $\mathbf{e}$ 和序列 $\mathbf{f}$ 称为 Golay 互补对(GCP)，当且仅当

$$\rho_{\mathbf{e}}(\tau)+\rho_{\mathbf{f}}(\tau)=0,\ 1\le\tau\le N-1\qquad(2)$$

定义 3 若长度为 N 的序列对 $(\mathbf{e},\mathbf{f})$ 满足

$$\rho_{\mathbf{e}}(\tau)+\rho_{\mathbf{f}}(\tau)=0,\ N-Z+1\le\tau\le N-1\qquad(3)$$

则 $(\mathbf{e},\mathbf{f})$ 是 II 型 ZCP，且 ZCZ 宽度为 Z。

定义 4 若长度为 N 且 ZCZ 宽度为 Z 的序列对 $(\mathbf{e},\mathbf{f})$ 满足条件

$$Z\le\frac{N+1}{2}\qquad(4)$$

则序列对 $(\mathbf{e},\mathbf{f})$ 是 II 型 OB-ZCP。

定义 5 若长度为 N 的 OB-ZCP $(\mathbf{e},\mathbf{f})$ 其 ZCZ 宽度为 $\frac{N+1}{2}$，则 $(\mathbf{e},\mathbf{f})$ 为 Z 最优 OB-ZCP。

定义 6 若长度为 N 的 Z 最优 OB-ZCP $(\mathbf{e},\mathbf{f})$ 的区外非周期自相关函数和的绝对值均为 2，则 $(\mathbf{e},\mathbf{f})$ 被称为最优 OB-ZCP。

引理 1[13] 设 $(\mathbf{e},\mathbf{f})$ 是长度为 N 的 BGCP，$(\mathbf{u},\mathbf{v})$ 是长度为 M 的 Z 最优或最优 II 型 EL-BZCP。$(\mathbf{m},\mathbf{n})$ 的构造如下：

$$\begin{aligned}\mathbf{m}&=\mathbf{e}\otimes\frac{\mathbf{u}+\mathbf{v}}{2}+\overleftarrow{\mathbf{f}}\otimes\frac{\mathbf{v}-\mathbf{u}}{2}\\ \mathbf{n}&=\mathbf{f}\otimes\frac{\mathbf{u}+\mathbf{v}}{2}-\overleftarrow{\mathbf{e}}\otimes\frac{\mathbf{v}-\mathbf{u}}{2}\end{aligned}\qquad(5)$$

则 $(\mathbf{m},\mathbf{n})$ 是一个长度为 MN 的 Z 最优 II 型 EL-BZCP。记为 $(\mathbf{m},\mathbf{n})$=Turyn($(\mathbf{u},\mathbf{v})$, $(\mathbf{e},\mathbf{f})$)，此方法被称为图灵法。

基于图灵法构造的 $(\mathbf{m},\mathbf{n})$ 具有如下性质：

$$\begin{cases}m_t=n_t, & Ni\le t<N(i+1)\quad 如果e_i=f_i\\ m_t=-n_t, & Ni\le t<N(i+1)\quad 如果e_i=-f_i\end{cases}\qquad(6)$$

定义 7 如果长度为 N 的 BGCP $(\mathbf{e},\mathbf{f})$ 满足条件

$$\begin{cases}e_i=f_i, & 0\le\tau\le\frac{N}{2}-1\\ e_i=-f_i, & \frac{N}{2}\le\tau\le N-1\end{cases}\qquad(7)$$

则 $(\mathbf{e},\mathbf{f})$ 称为 I 型 S-BGCP，其中有 N=2a10b26c，a，b，c 是非负整数，a≥1。

定义 8 长度为 N 的 BGCP $(\mathbf{e},\mathbf{f})$ 满足条件

$$\begin{cases}e_i=-f_i, & 0\le\tau\le\frac{N}{2}-1\\ e_i=f_i, & \frac{N}{2}\le\tau\le N-1\end{cases}\qquad(8)$$

则 $(\mathbf{e},\mathbf{f})$ 称为 II 型 S-BGCP，其中有 N=2a10b26c，a，b，c 是非负整数， a≥1。

2 II 型奇长 Z 最优互补对的构造

若 $(\mathbf{a},\mathbf{b})$ 是长度为 N 的二进制偶数长的序列对。

设 $\mathbf{a}_1=(a_0,a_1,\cdots,a_{\frac{N}{2}-1})$，$\mathbf{a}_2=(a_{\frac{N}{2}},a_{\frac{N}{2}+1},\cdots,a_{N-1})$，$\mathbf{b}_1=(b_0,b_1,\cdots,b_{\frac{N}{2}-1})$，$\mathbf{b}_2=(b_{\frac{N}{2}},b_{\frac{N}{2}+1},\cdots,b_{N-1})$

2.1 由 I 型 S-BGCP 构造长度为 N+7 的 II 型 Z 最优 OB-ZCP

定理 3 若 $(\mathbf{a},\mathbf{b})$ 为长度为 N 的 I 型 S-GCP，其中 N=2a10b26c(a≥1，a，b，c 是非负整数)。通过表 1 所示的 5 种插入方式获得的序列对 $(\mathbf{w},\mathbf{v})$ 是长度为 N+7 的 II

型 Z 最优 OB-ZCP。

表 1 长度为 N+7 的 II 型 Z 最优 OB-ZCP

序号	序列 $\mathbf{w}$	序列 $\mathbf{v}$	约束条件
1	(a1 ‖ i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7 ‖ a2)	(b1 ‖ (j1,j2,j3,j4,j5,j6,j7) ‖ b2)	$i_k, j_k \in \{1,-1\}$,i1= j1,i2= j2,i3= j3,i5=-j5，i6=-j6,i7=-j7
2	(i1,i2,i3 ‖ a1 ‖ i4,i5,i6 ‖ a2 ‖ i7)	(j1,j2,j3 ‖ b1 ‖ j4,j5,j6 ‖ b2 ‖ j7)	$i_k, j_k \in \{1,-1\}$,i1= j1,i2= j2,i3= j3,i5=-j5，i6=-j6,i7=-j7
3	(i1,i2,i3 ‖ a1 ‖ i4 ‖ a2 ‖ i5,i6,i7)	(j1,j2,j3 ‖ b1 ‖ j4 ‖ b2 ‖ j5,j6,j7)	$i_k, j_k \in \{1,-1\}$,i1= j1,i2= j2,i3= j3,i5=-j5，i6=-j6,i7=-j7
4	(a1 ‖ i1,i2,i3,i4 ‖ a2 ‖ i5,i6,i7)	(b1 ‖ j1,j2,j3,j4 ‖ b2 ‖ j5,j6,j7)	$i_k, j_k \in \{1,-1\}$,i1= j1,i2= j2,i3= j3,i5=-j5，i6=-j6,i7=-j7
5	(a1 ‖ i1,i2,i3 ‖ a2 ‖ i4,i5,i6,i7)	(b1 ‖ j1,j2,j3 ‖ b2 ‖ j4,j5,j6,j7)	$i_k, j_k \in \{1,-1\}$,i1= j1,i2= j2,i3= j3，i4=-j4,i5=-j5，i6=-j6,i7=-j7

证明：因为序列对 $(\mathbf{a},\mathbf{b})$ 是 I 型 S-GCP，根据定义 8，当 $0 \le i \le \frac{N}{2}-1$ 时，ai= bi，当 $\frac{N}{2} \le i \le N-1$ 时，ai=-bi。

对于表 1 的第二类构造，序列 $\mathbf{w}$ =(i1, i2, i3 ‖ a1 ‖ i4, i5, i6 ‖ a2 ‖ i7)，序列 $\mathbf{v}$ =(j1, j2, j3 ‖ b1 ‖ j4, j5, j6 ‖ b2 ‖ j7)，其中 $i_k, j_k \in \{1,-1\}$ ， i1= j1， i2= j2， i3 = j3，i5=-j5，i6=-j6，i7=-j7。当 $\frac{N}{2}+4 \le \tau \le N+6$ 时，可以分为以下 7 种情况计算序列 $\mathbf{w}$ 和序列 $\mathbf{v}$ 的非周期自相关函数和。

情况1： $\tau=\frac{N}{2}+4$

$$\rho_w(\tau)=i_1 i_5+i_2 i_6+i_3 a_{\frac{N}{2}}+\sum_{i=0}^{N+2-\tau} a_i a_{i+\tau-3}+i_7 a_{N+3-\tau}$$

$$\rho_v(\tau)=j_1 j_5+j_2 j_6+j_3 b_{\frac{N}{2}}+\sum_{i=0}^{N+2-\tau} b_i b_{i+\tau-3}+j_7 b_{N+3-\tau}$$

$$\rho_w(\tau)+\rho_v(\tau)=0$$

情况2： $\tau=\frac{N}{2}+5$

$$\rho_w(\tau)=i_1 i_6+i_2 a_{\frac{N}{2}}+i_3 a_{\frac{N}{2}+1}+\sum_{i=0}^{N+2-\tau} a_i a_{i+\tau-3}+i_7 a_{N+3-\tau}$$

$$\rho_v(\tau)=j_1 j_6+j_2 b_{\frac{N}{2}}+j_3 b_{\frac{N}{2}+1}+\sum_{i=0}^{N+2-\tau} b_i b_{i+\tau-3}+j_7 b_{N+3-\tau}$$

$$\rho_w(\tau)+\rho_v(\tau)=0$$

情况3： $\frac{N}{2}+6 \le \tau \le N+2$

$$\rho_w(\tau)=i_1 a_{\tau-6}+i_2 a_{\tau-5}+i_3 a_{\tau-4}+\sum_{i=0}^{N+2-\tau} a_i a_{i+\tau-3}+i_7 a_{N+3-\tau}$$

$$\rho_v(\tau)=j_1 b_{\tau-6}+j_2 b_{\tau-5}+j_3 b_{\tau-4}+\sum_{i=0}^{N+2-\tau} b_i b_{i+\tau-3}+j_7 b_{N+3-\tau}$$

$$\rho_w(\tau)+\rho_v(\tau)=0$$

情况4： $\tau=N+3$

$$\rho_w(\tau)=i_1 a_{N-3}+i_2 a_{N-2}+i_3 a_{N-1}+i_7 a_0$$

$$\rho_v(\tau)=j_1 b_{N-3}+j_2 b_{N-2}+j_3 b_{N-1}+j_7 b_0$$

$$\rho_w(\tau)+\rho_v(\tau)=0$$

情况5： $\tau=N+4$

$$\rho_w(\tau)=i_1 a_{N-2}+i_2 a_{N-1}+i_3 i_7$$

$$\rho_v(\tau)=j_1 b_{N-2}+j_2 b_{N-1}+j_3 j_7$$

$$\rho_w(\tau)+\rho_v(\tau)=0$$

情况6： $\tau=N+5$

$$\rho_w(\tau)=i_1 a_{N-1}+i_2 i_7$$

$$\rho_v(\tau)=j_1 b_{N-1}+j_2 j_7$$

$$\rho_w(\tau)+\rho_v(\tau)=0$$

情况7： $\tau=N+6$

$$\rho_w(\tau)=i_1 i_7$$

$$\rho_v(\tau)=j_1 j_7$$

$$\rho_w(\tau)+\rho_v(\tau)=0$$

综上，当 $\frac{N}{2}+4 \le \tau \le N+6$ 时，有 $\rho_w(\tau)+\rho_v(\tau)=0$ 。

因此对于长度为 N+7 的序列对 $(\mathbf{w},\mathbf{v})$，零相关区长

度为 $\frac{N}{2}+4$，则序列对 $(\mathbf{w},\mathbf{v})$ 为 II 型 Z-最优 OB-ZCP。

表 1 中其余类型构造的序列对均可采用类似的方法证明其为 II 型 Z-最优 OB-ZCP。

2.2 由 II 型 S-BGCP 构造长度为 N+7 的 II 型 Z 最优 OB-ZCP

定理 2 若 $(\mathbf{a},\mathbf{b})$ 为长度为 N 的 II 型 S-GCP，其中 N=2a10b26c(a≥1, a, b, c 是非负整数)。通过表 2 所示的 5 种插入方式获得的序列对 $(\mathbf{w},\mathbf{v})$ 是长度为 N+7 的 II 型 Z 最优 OB-ZCP。

表 2 长度为 N+7 的 II 型 Z 最优 OB-ZCP

序号	序列 $\mathbf{w}$	序列 $\mathbf{v}$	约束条件
1	(a1 ‖ i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7 ‖ a2)	(b1 ‖ (j1,j2,j3,j4,j5,j6,j7) ‖ b2)	$i_k, j_k \in \{1,-1\}$,i1=-j1,i2=-j2,i3=-j3,i5=j5，i6=j6,i7=j7
2	(i1,i2,i3 ‖ a1 ‖ i4,i5,i6 ‖ a2 ‖ i7)	(j1,j2,j3 ‖ b1 ‖ j4,j5,j6 ‖ b2 ‖ j7)	$i_k, j_k \in \{1,-1\}$,i1=-j1,i2=-j2,i3=-j3,i5=j5，i6=j6,i7=j7
3	(i1,i2,i3 ‖ a1 ‖ i4 ‖ a2 ‖ i5,i6,i7)	(j1,j2,j3 ‖ b1 ‖ j4 ‖ b2 ‖ j5,j6,j7)	$i_k, j_k \in \{1,-1\}$,i1=-j1,i2=-j2,i3=-j3,i5=j5，i6=j6,i7=j7
4	(a1 ‖ i1,i2,i3,i4 ‖ a2 ‖ i5,i6,i7)	(b1 ‖ j1,j2,j3,j4 ‖ b2 ‖ j5,j6,j7)	$i_k, j_k \in \{1,-1\}$,i1=-j1,i2=-j2,i3=-j3,i5=j5，i6=j6,i7=j7
5	(a1 ‖ i1,i2,i3 ‖ a2 ‖ i4,i5,i6,i7)	(b1 ‖ j1,j2,j3 ‖ b2 ‖ j4,j5,j6,j7)	$i_k, j_k \in \{1,-1\}$,i1=-j1,i2=-j2,i3=-j3, i4=j4,i5=j5，i6=j6, i7=j7

证明：同定理 1 类似。长度为 N+7 的序列对 $(\mathbf{w},\mathbf{v})$ 同时根据表 2 的约束条件，可以推导出该构造满足条件当 $\frac{N}{2}+4 \le \tau \le N+6$ 时，有 $\rho_w(\tau)+\rho_v(\tau)=0$ 。零相关区长度为 $\frac{N}{2}+4$，故序列对 $(\mathbf{w},\mathbf{v})$ 为 II 型 Z 最优 OB-ZCP。

表 2 中其余类型构造的序列对均可采用类似的方法证明其为 II 型 Z-最优 OB-ZCP。

3 示例及讨论

3.1 示例

例 1 若 $(\mathbf{a},\mathbf{b})$ 为长度为 20 的 I 型 S-GCP，序列 $\mathbf{a}=(1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, -1, -1, -1, -1, -1, 1, 1)$，序列 $\mathbf{b}=(1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, 1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1)$。

令 (i1, i2, i3, i4, i5, i6, i7, j1, j2, j3, j4, j5, j6, j7)=(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, -1)，结合定理 1 中的第二类插入方式，可得长度为 27，零相关区长度为 14 的 II 型 Z 最优 OB-ZCP $(\mathbf{w},\mathbf{v})$ 。

$$\mathbf{w}=(1, 1, 1, 1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, 1, -1, -1, -1, -1, -1, 1, 1, 1)$$

$$\mathbf{v}=(1, 1, 1, 1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, -1)$$

其中，$(\rho_w(\tau)+\rho_v(\tau))_0^{26}=(54, 10, 6, -2, -2, -6, -6, -6, -6, -2, 6, 10, 6, 2, 0_{13})$

例 2 若 $(\mathbf{a},\mathbf{b})$ 为长度为 4 的 II 型 S-GCP，序列 $\mathbf{a}=(-1, 1, 1, 1)$，序列 $\mathbf{b}=(1, -1, 1, 1)$。

令 (i1, i2, i3, i4, i5, i6, i7, j1, j2, j3, j4, j5, j6, j7)=(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, 1)，结合定理 2 中的第二类插入方式，可得长度为 11，零相关区长度为 6 的 II 型 Z 最优 OB-ZCP $(\mathbf{w},\mathbf{v})$ 。

$$\mathbf{w}=(1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$$

$$\mathbf{v}=(-1, -1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$$

其中，$(\rho_w(\tau)+\rho_v(\tau))_0^{10}=(22, 10, 10, 6, 6, 2, 0_5)$

3.2 讨论

本文与文献[11]、[12]和[15]相比有以下不同之处：

①文献[12]和[15]分别只能插入 1 个和 3 个码元，本文的插入码元是 7 个，在构造 ZCPs 的长度上进行了扩展。

②本文的插入位置选取多样，有表 1 和表 2 的 5 种方法构造长度为 N+7 的 ZCPs。因此可以构造出更多样的序列。

③本文在种子序列对的选取上优于文献[11]。文献[11]只能以二元 GDJ 互补序列对为种子序列对，本文以二元 S-GCP 为种子序列对，而二元 GDJ 互补序列对是二元 S-GCP 的一个真子集，因此有更多的序列供选择。

表 3 总结了本文与文献[11]、[15]构造的 ZCPs 的参数比较。

表 3 II 型 Z 最优 OB-ZCPs 的构造比较

文献	ZCP 长度	ZCZ 宽度	是否 Z 最优
[11]	2m+3	2m-1+2	Z 最优
[12]	N+1	$\frac{N}{2}+1$	最优
[15]	N+3	$\frac{N}{2}+2$	Z 最优
定理 1、2	N+7	$\frac{N}{2}+4$	Z 最优

其中 N=2a10b26c(a≥1 且 a, b, c 是非负整数), m 为正整数。

结束语

本文构造了两类新的长度的 II 型 Z 最优 OB-ZCP，在长度为 N 的 S-GCP 的给定位置插入 7 个码元，得到长

度为 N+7 的 II 型 Z 最优 OB-ZCP，其中 N=2a10b26c(a≥1 且 a,b,c 是非负整数)。本文对文献[15]的插入长度进行了扩展，计算表明新构造的序列依然是 Z 最优的，这为无线通信系统提供了更多的序列选择。

下一步的研究工作是计算本文构造的 ZCP 的峰均包络功率比，且与现有存在的 II 型 Z 最优 ZCP 的峰均包络功率比进行比较，以及构造新长度的 II 型 Z 最优 OB-ZCP。

参考文献

[1]Golay M. Complementary series[J]. IRE transactions on information theory, 1961, 7(2): 82-87.

[2]Schmidl T M and Cox D C. Robust frequency and timing synchronization for OFDM[J]. IEEE Transactions on Communications, 1997, 45(12): 1613-1621.

[3]Salehi J A. Code division multiple-access techniques in optical fiber networks. I. Fundamental principles [J]. IEEE Transactions on Communications, 1989, 37(8): 824-833.

[4]Wang J H, Fan P Z, Zhou Z C, et al. Quasi-Orthogonal Z-Complementary Pairs and Their Applications in Fully Polarimetric Radar Systems [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2021, 67(7): 4876-4890.

[5]Borwein P, Ferguson R. A complete description of Golay pairs for lengths up to 100[J]. Mathematics of computation, 2004, 73(246): 967-985.

[6]Fan P Z, Yuan W N, Tu Y F. Z-complementary binary sequences[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2007, 14(8): 509-512.

[7]Liu Z L, Parampalli U,Guan Y L. Optimal Odd-Length Binary Z-Complementary Pairs[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2014, 60(9): 5768-5781.

[8]Li J, Huang A P, Guizani M, et al. Inter-group complementary codes for interference-resistant CDMA wireless communications[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2008, 7(1): 166-174.

[9]Liu Z L, Parampalli U, Guan Y L. On even-period binary Z-complementary pairs with large ZCZs[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(3): 284-287.

[10]Li X D, Fan P Z, Tang X H, et al. Existence of Binary Z-Complementary Pairs[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011, 18(1): 63-66.

[11]Shen B S, Yang Y, Zhou Z C, et al. New Optimal Binary Z-Complementary Pairs of Odd Length 2m+3 [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2019, 26(12): 1931-1934.

[12]Adhikary A R, Majhi S, Liu Z L, et al. New sets of optimal odd-length binary Z-complementary pairs[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2020, 66(1): 669-678.

[13] Gu Z, Zhou Z C, Wang Q, et al. New construction of optimal Type-II binary Z-complementary pairs[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2021, 67(6): 3497-3508.

[14]Tian S C, Yang M, Wang J P. Two constructions of binary Z-complementary pairs[J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 2021, 104(4): 768-772.

[15]林金朝,周银萍,李国军,等. II 型 Z-优化二元互补序列对的构造[J].电子与信息学报,2023,45(03):913-920.

作者简介：刘琦（2000—），女，汉族，重庆梁平人，硕士研究生在读，研究方向：通信序列设计。