

# 随钻测量多传感器融合姿态补偿算法研究

王灶红<sup>1,2</sup> 魏秦文<sup>3</sup> 顾乐成<sup>1,3</sup> 梅丹阳<sup>3</sup> 韩银芳<sup>3</sup>

1. 四川工业科技学院, 四川省德阳, 618000;

2. 廊坊川越科技有限公司, 河北省廊坊, 065000;

3. 北华航天工业学院, 河北省廊坊, 065000;

**摘要:** 针对随钻姿态测量系统中的误差问题, 提出了一种基于卡尔曼滤波的多传感器姿态融合方法。采用卡尔曼滤波融合法补偿随机误差, 以克服加权平均法、参数估计法和模糊神经网络融合法的不足。通过仿真实验对比了卡尔曼滤波姿态融合算法、扩展卡尔曼姿态融合算法和无迹卡尔曼滤波姿态融合算法的性能, 发现无迹卡尔曼滤波效果最佳。实验结果表明, 无迹卡尔曼滤波能有效提高随钻姿态角度的精度和可靠性。

**关键词:** 定向钻进 随钻测量 卡尔曼滤波 多传感器姿态融合

DOI:10.69979/3029-2727.24.03.035

## 引言

系统性的确定性误差可通过误差标定补偿, 随机性误差可通过降噪算法补偿。对于随钻姿态测量系统, 集中式的滤波方法计算量大, 计算成本高, 因此采用多传感器姿态融合方式补偿随机误差<sup>[1]</sup>。通过多传感器姿态融合算法, 将多种数据源融合优势互补, 以提高测量姿态角的精度。

## 1 多传感器信息融合

常用融合算法有加权平均法、参数估计法、模糊神经网络融合法等<sup>[2][3][4]</sup>。加权平均法处理信息冗余性存在不足, 抗干扰能力较差。参数估计法处理动态数据获得结果不精确。模糊神经网络融合法需要足够多数据作为样本, 计算成本较高。卡尔曼滤波融合法根据状态方程和测量方程进行递推, 滤波时间较短, 可保证姿态融合的实时性。因此, 选择卡尔曼滤波进行姿态融合, 以提高随钻姿态角度精度和可靠性。多传感器信息融合通过数据预处理、数据对齐等方法进行数据融合, 流程图如图 1 所示。

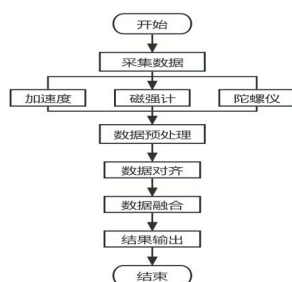


图 1 多传感器信息融合流程图

## 1.1 卡尔曼滤波姿态融合算法

卡尔曼滤波算法是一种递推预测滤波算法, 可对噪声进行滤波, 并预测下一时刻的数据, 其基本思想是通过不断更新系统状态的估计值, 同时考虑系统的不确定性和测量误差, 从而获得更准确的状态估计值。主要包括: 初始化、预测阶段、状态更新、迭代几个步骤<sup>[5][6][7]</sup>。

k-1 时刻至 k 时刻, 状态方程表示如下:

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_k + w_k \quad (1)$$

式中:  $x$ ——系统状态向量;

$A$ ——状态转移矩阵;

$u$ ——控制输入;

$B$ ——控制输入增益矩阵;

$w$ ——过程噪声, 协方差为  $Q$ 。

观测方程如下:

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (2)$$

式中:  $H$ ——观测矩阵;

$z$ ——观测值;

$v$ ——观测噪声, 协方差  $R$ 。

卡尔曼滤波预测的基本原理是根据上一时刻 ( $k-1$ ) 的后验估计值来估计当前时刻 ( $k$ ) 的状态, 得到  $k$  时刻的先验估计值以及当前时刻状态的协方差矩阵。其预测过程如式 (3)、(4) 所示。

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} + Bu_k \quad (3)$$

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q \quad (4)$$

式中:  $\hat{x}_k^-$ ——预测值;

$\hat{x}_{k-1}$ ——状态估计值;

$P_k^-$ ——预测协方差矩阵。

卡尔曼滤波算法的测量更新首先是获取当前时刻的测量值，并与预测值进行比较计算出观测残差，再根据观测残差的协方差矩阵和系统状态的协方差矩阵，计算出卡尔曼增益，最后使用卡尔曼增益对预测值和测量值进行加权组合，得到更新后的状态估计值和协方差矩阵。

$$\hat{z}_k = z_k - H\hat{x}_k^- \quad (5)$$

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1} \quad (6)$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k \hat{z}_k \quad (7)$$

$$P_k^+ = (E - K_k H) P_k^- \quad (8)$$

式中： $\hat{z}_k$ ——观测残差；

$K_k$ ——卡尔曼增益；

$\hat{x}_k^+$ ——更新后的状态估计值；

$P_k^+$ ——更新后的协方差矩阵。

最终的估计结果通过 $K_k$ 的权重大小影响对预测值和测量值进行偏斜。卡尔曼滤波更新之后，会自动执行回归操作并更新状态转移的协方差矩阵。

## 1.2 扩展卡尔曼姿态融合算法

扩展卡尔曼滤波（EKF）即在标准卡尔曼滤波框架中，对非线性系统进行线性化处理。EKF 通过在特定点对状态和观测方程进行一阶泰勒级数展开，并省略二阶及更高阶项，构建线性化的系统模型。在此基础上，EKF 利用线性卡尔曼滤波技术进行状态估计。尽管二阶或更高阶的展开能提供更精确的近似，但由于计算成本的显著增加，并不成比例地改善估计性能，因此 EKF 通常将级数展开限制在一阶<sup>[8][9]</sup>。

离散非线性滤波模型为：

$$x_{k+1} = f(k, x_k) + w_k \quad (9)$$

$$z_k = h(k, x_k) + v_k \quad (10)$$

式中： $f(\cdot)$ 、 $h(\cdot)$ ——非线性函数；

$w_k$ ——过程噪声；

$v_k$ ——观测噪声。

对非线性状态转移函数和观测函数进行线性化，在点  $x_{k-1}$  处一阶泰勒级数展开，线性化的状态方程如式 (11) 所示，线性化后的观测方程为式 (12)。

$$x_k = F_{k-1} x_{k-1} + w_{k-1} \quad (11)$$

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad (12)$$

式中： $F_{k-1} = \frac{\partial f}{\partial \hat{x}_k}$ —— $f(\cdot)$  的雅可比矩阵；

$H_k = \frac{\partial h}{\partial \hat{x}_k}$ —— $h(\cdot)$  的雅可比矩阵。

EKF 通过上一时刻 ( $k$ ) 的非线性变换函数对当前时刻 ( $k+1$ ) 状态进行预测，并通过线性化的雅可比矩阵来预测误差协方差矩阵。

预测状态方程：

$$\hat{x}_{k+1}^- = f(k, x_k) \quad (13)$$

预测误差协方差矩阵：

$$P_{k+1}^- = F_k P_k^+ F_k^T + Q_k \quad (14)$$

通过预测方程和观测方程计算 EKF 增益见式 (15)，然后使用 EKF 增益对系统状态进行最优估计见式 (16) 和更新误差协方差矩阵见式 (17)。

$$K_{k+1} = P_{k+1}^- H_k^T [H_k P_{k+1}^- H_k^T + R_{k+1}]^{-1} \quad (15)$$

$$\hat{x}_{k+1}^+ = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} [z_{k+1} - h(k+1, \hat{x}_{k+1}^-)] \quad (16)$$

$$P_{k+1}^+ = P_{k+1}^- - K_{k+1} H_k P_{k+1}^- \quad (17)$$

## 1.3 无迹卡尔曼滤波姿态融合算法

无迹卡尔曼滤波（UKF）算法是一种适用于非线性系统的状态估计算法，与 EKF 使用一阶泰勒展开线性化非线性函数不同，UKF 使用无迹变换精确近似非线性函数的统计特性，以获得期望值和估计误差协方差矩阵的估计<sup>[10][11][12]</sup>。UKF 算法步骤主要有：

(1) 设置初始状态估计和误差协方差矩阵。

$$\hat{x}_0 = E(X_0) \quad (18)$$

$$P_0 = E[(X - \hat{x}_0)(X - \hat{x}_0)^T] \quad (19)$$

(2) 无迹变换（UT）是 UKF 算法的核心，通过无迹变换（UT）选择一组 Sigma 点集的样本点，确保选择的点的均值和协方差与原始分布一致。构成矩阵  $x$  的  $2n+1$  个采样点选取规则如下所示：

$$x^i = \begin{cases} \bar{x}, i=0 \\ \bar{x} + (\sqrt{(n+\lambda)P_{xx}})_i, i=1, 2, \dots, n \\ \bar{x} - (\sqrt{(n+\lambda)P_{xx}})_i, i=n+1, n+2, \dots, 2n \end{cases} \quad (20)$$

式中:  $\bar{x}$ ——状态量的期望;

$P_{xx}$ ——状态量的协方差;

$\lambda$ ——标量参数。

$2n+1$  个采样点权重计算为:

$$w_{mi} = \begin{cases} \frac{\lambda}{n+\lambda}, i=0 \\ \frac{\lambda}{2(n+\lambda)}, i=1,2,\dots,2n \end{cases} \quad (21)$$

协方差矩阵加权重为:

$$w_{ci} = \begin{cases} \frac{\lambda}{n+\lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta, i=0 \\ \frac{\lambda}{2(n+\lambda)}, i=1,2,\dots,2n \end{cases} \quad (22)$$

式中:  $\alpha$ ——比例因子, 取值范围为[10-4, 1];

$\beta$ ——需要根据分布特性进行取值;

$m$ ——均值;

$c$ ——协方差;

$i$ ——采样点。

(3) 将选取的 Sigma 点通过状态转移和观测模型传播, 以预测下一个时刻的 Sigma 点:

$$\chi'_{i,k+1} = f(\chi_{i,k}, k) \quad (23)$$

对 Sigma 点集的预测, 结合式 (21)、(22) 计算加权平均值和加权协方差, 得到预测的状态量与误差协方差:

$$\hat{x}_{k+1} = \sum_{i=0}^{2n} w_{mi} \chi'_{i,k+1} \quad (24)$$

$$P_{k+1} = \sum_{i=0}^{2n} w_{ci} [\chi'_{i,k+1} - \hat{x}_{k+1}] [\chi'_{i,k+1} - \hat{x}_{k+1}]^T$$

(25)

(4) 再次使用无迹变换生成新的 Sigma 点:

$$\begin{aligned} \chi_{i,k+1} &= \chi'_{i,k+1}, i=0,1,2,\dots,2n \\ \chi_{i,k} &= \chi_{0,k} + (\sqrt{(n+\lambda)Q_{k-1}})_{i-2n}, i=2n+1,2n+2,\dots,3n \\ \chi_{i,k} &= \chi_{0,k} - (\sqrt{(n+\lambda)Q_{k-1}})_{i-3n}, i=3n+1,3n+2,\dots,4n \end{aligned} \quad (26)$$

将 Sigma 点代入观测方程得到预测后的观测值:

$$Z_{i,k+1} = h(\chi_{i,k+1}, k+1), i=0,1,2,\dots,n \quad (27)$$

$$\hat{Z}_{k+1} = \sum_{i=0}^{4n} \frac{1}{2(n+\lambda)} Z_{k-1} \quad (28)$$

(5) 将 Sigma 点集观测方程预测后的值通过加权求和, 得到预测协方差为:

$$P_{k+1}^{zz} = \sum_{i=0}^{4n} w_{ci} [Z_{i,k+1} - \hat{Z}_{k+1}] [Z_{i,k+1} - \hat{Z}_{k+1}]^T + R_{k+1} \quad (29)$$

$$P_{k+1}^{xz} = \sum_{i=0}^{4n} w_{ci} [\chi_{i,k+1} - \hat{x}_{k+1}] [Z_{i,k+1} - \hat{Z}_{k+1}]^T \quad (30)$$

(6) 使用预测的测量协方差和交叉协方差, 计算卡尔曼滤波增益矩阵为:

$$K_{k+1} = P_{k+1}^{xz} (P_{k+1}^{zz})^{-1} \quad (31)$$

(7) 最后计算系统状态更新与系统协方差更新为:

$$\hat{x}_{k+1}^+ = \hat{x}_{k+1} + K_{k+1} [z_{k+1} - \hat{z}_{k+1}] \quad (32)$$

$$P_{k+1}^+ = P_{k+1}^- - K_{k+1} P_{k+1}^{zz} K_{k+1} \quad (33)$$

## 2 姿态融合算法性能对比仿真分析

### 2.1 卡尔曼滤波姿态融合算法

为验证卡尔曼姿态融合滤波算法的有效性, 设置静止实验, 将随钻测量装置固定在实验桌面上, 通电预热开始采集数据, 设置设备采样频率为 150Hz, 角速度范围  $1000^\circ/\text{s}$ , 加速度范围 10G。将姿态角的参考值与经过卡尔曼滤波姿态融合算法后姿态角进行误差对比, 其误差对比结果如下。

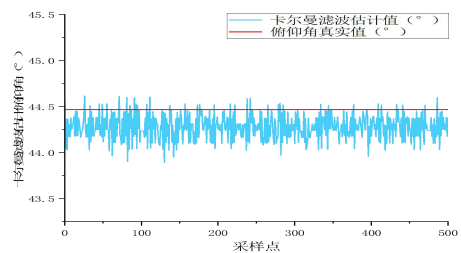


图 2 卡尔曼滤波估计俯仰角与真实值对比

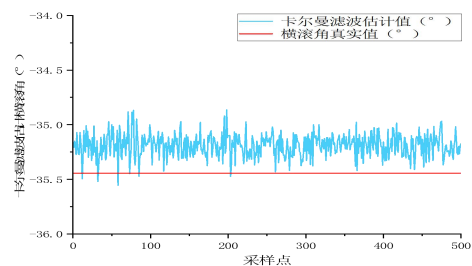


图 3 卡尔曼滤波估计横滚角与真实值对比

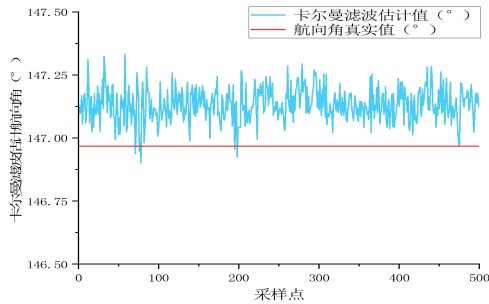


图 4 卡尔曼滤波姿态估计航向角与真实值对比

通过不断的迭代预测和更新步骤，卡尔曼滤波姿态融合算法具有一定的滤波效果，但与真实值偏差较大，它更适用于线性系统。

## 2.2 扩展卡尔曼姿态融合算法

通过 EKF 上述步骤，非线性系统进行扩展卡尔曼（EKF）滤波。对采集的数据进行 EKF 姿态融合，姿态角参考值与 EKF 融合后的姿态角对比结果如下。

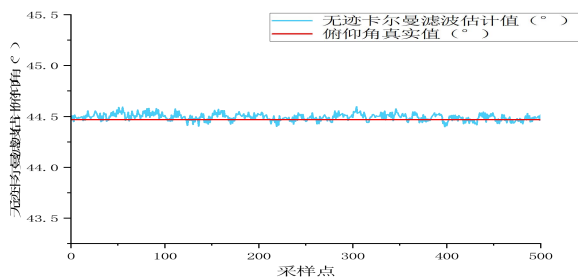


图 5 扩展卡尔曼滤波估计俯仰角与真实值对比

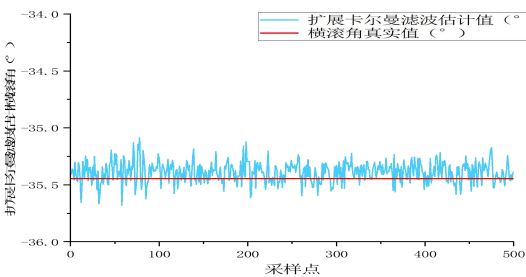


图 6 扩展卡尔曼滤波估计横滚角与真实值对比

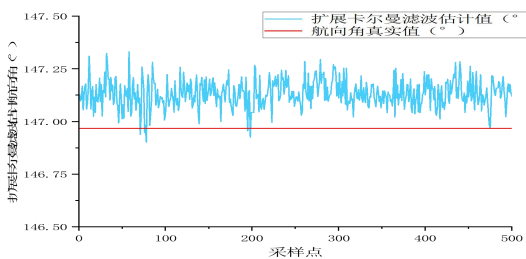


图 7 扩展卡尔曼滤波估计航向角与真实值对比

分析扩展卡尔曼滤波滤波图发现，相比与卡尔曼滤波姿态融合与真实值的误差更小。具有一定的滤波效果。

## 2.3 无迹卡尔曼滤波姿态融合算法

对采集的数据进行 UKF 姿态融合，将姿态角参考值与 UKF 融合后的姿态角进行误差对比，其误差对比结果如下。

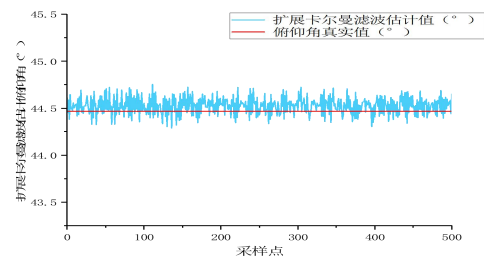


图 8 无迹卡尔曼滤波估计俯仰角与真实值对比

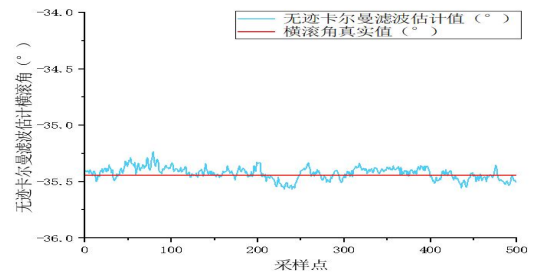


图 9 无迹卡尔曼滤波估计横滚角与真实值对比

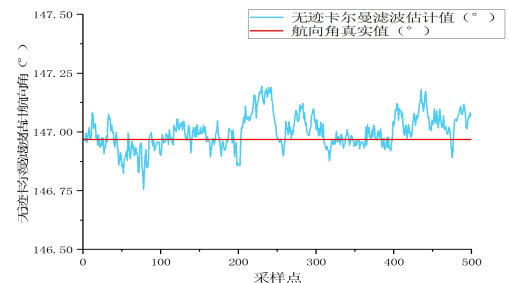


图 10 无迹卡尔曼滤波估计航向角与真实值对比

在执行 UKF 算法时，无需对非线性函数进行近似或导数计算，从而绕过了涉及复杂矩阵表达式的导数求解步骤。此外，由于 UKF 算法保留了高阶项，与 EKF 相比，其精度也有所提高。分析无迹卡尔曼滤波姿态融合算法与真实值的对比发现，无迹卡尔曼的滤波值更接近真实值，UKF 滤波横滚角和横滚角的曲线较 EKF 更加平滑。

## 2.4 无迹卡尔曼滤波姿态融合算法

为了更加直观地观察三种姿态融合算法的准确性，计算卡尔曼滤波、扩展卡尔曼滤波、无迹卡尔曼滤波算法的平均绝对值误差，绘制图像误差如图所示。

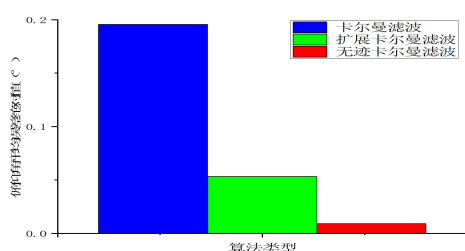


图 11 俯仰角平均误差绝对值

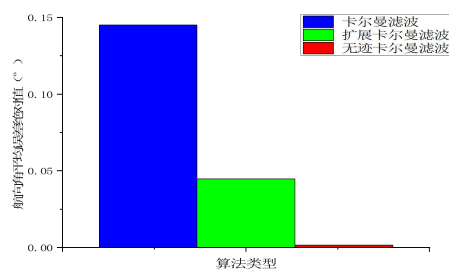


图 12 横滚角平均误差绝对值

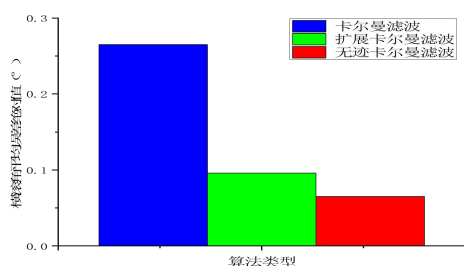


图 13 航向角平均误差绝对值

由图可知，无迹卡尔曼滤波算法误差最小，预测三个姿态角均有较 EKF、KF 更小的误差。因此表明无迹卡尔曼滤波算法进行姿态融合能有效提高随钻姿态角度的精度和可靠性。

## 结论

对于随机性误差，因其随机产生，不具有规律，无法用确定的函数进行补偿，因此本文使用多传感器融合方式补偿随机误差。对比分析卡尔曼滤波姿态融合算法、扩展卡尔曼姿态融合算法、无迹卡尔曼滤波姿态融合算法仿真结果发现，无迹卡尔曼滤波效果最好。

## 参考文献

[1] 郝凯. 基于多传感器数据融合的姿态识别算法的研究与实现[D]. 吉林大学, 2020. DOI: 10. 27162/d. cnki.

gjlin. 2020. 005904.

[2] 胡博. 基于多传感器融合的地下管线定位与跟踪技术研究[J]. 城市建设理论研究(电子版), 2024, (20): 106-108. DOI: 10. 19569/j. cnki. cn119313/tu. 202420035.

[3] 王张夫, 汤显峰. 基于协方差交叉融合的多传感器数据融合研究[J]. 电子测量技术, 2024, 47(08): 78-85. DOI: 10. 19651/j. cnki. emt. 2415396.

[4] 柴雷. 基于随机有限集的分布式多传感器分治融合算法研究[D]. 电子科技大学, 2023. DOI: 10. 27005/d. cnki. gdzku. 2023. 005484.

[5] 朱江梅, 高永德, 徐天鑫, 等. 基于时变卡尔曼滤波的中途 VSP 钻前速度反演及在地层压力预测中应用[J]. 成都理工大学学报(自然科学版), 2023, 50(06): 706-714.

[6] 高怡, 李飞, 毛艳慧, 等. 随机加权渐消 UKF 在导向钻井姿态测量中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2023, 31(10): 1030-1036. DOI: 10. 13695/j. cnki. 12-1222/o3. 2023. 10. 011.

[7] 宋志勇. 基于卡尔曼滤波的旋转导向钻井工具姿态测量方法研究[D]. 中国石油大学(华东), 2021. DOI: 10. 27644/d. cnki. gsydu. 2021. 000526.

[8] 程擎, 李怡恒, 鲁合德. 基于扩展卡尔曼滤波的无人机辅助定位研究[J]. 电光与控制, 2023, 30(12): 93-97+103.

[9] 郑斌. 基于卷积神经网络融合扩展卡尔曼滤波的拖缆姿态解算算法研究[D]. 吉林大学, 2022. DOI: 10. 27162/d. cnki. gjlin. 2022. 003547.

[10] 徐劲力, 张光俊. 自适应双层无迹卡尔曼滤波的车辆状态估计[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2024, 38(07): 29-36.

[11] 夏顺雷, 李军, 柳贡慧, 等. 基于无迹卡尔曼滤波的井筒压力实时校正模型[J]. 石油机械, 2022, 50(09): 10-18. DOI: 10. 16082/j. cnki. issn. 1001-4578. 2022. 09. 002.

[12] 徐宝昌, 杨全进, 蒋海旭. 旋转导向系统有色噪声



的改进无迹卡尔曼滤波方法[J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 2015, 39(02): 157-163.

通讯作者: 魏秦文, (1974-), 男, 汉族, 博士, 正高级工程师, 研究方向井下工具理论与方法

通讯地址: (065000) 河北省廊坊市河北省广阳区爱民东道 133 号北华航天工业学院机电工程学院。

基金项目: 河北省高等学校科学技术研究面上项目, 基于深度学习的钻井极限延伸及动力钻具智能控制方

法研究(项目编号: ZD2021304); 重庆市自然科学基金面上项目, 气体钻井钻具传动主轴动力学建模与安全控制研究(项目编号: cstc2020jcyj-msxmX0412)。

第一作者: 王灶红(1997-), 2024 年毕业于重庆科技大学资源与环境专业, 硕士研究生, 现从事非开挖装备理论与方法研究工作。

。