奇七

刘运锋

郑州煤炭工业（集团）郑新公司，河南郑州，452382；

摘要： 在 0～9 十个数中，7 是最特殊、最有趣的。它无孔不入地渗透在自然科学和社会生活中，各个领域均浮动着它鬼魅的倩影。本文通过列举事例，经简单计算，引入循环数等概念，循序渐进、由浅入深、逐步剖析 7 的神秘。

关键词： 循环数；循数；递进循环数；子循环数；半循环数

DOI： 10.69979/3029-2735.26.01.099

1 神秘七

数学中，7 与其他数相比，它不对称、不可约、不可分解；任意两个 7 的倍数之间所有自然数的和刚好是 7 的整数倍，如 36+37+38+39+40+41=231÷7=33；任意两个 7 的倍数之间所有自然数的乘积刚好是 9 的整数倍；大多数正多边形均能以尺规作图的方式画出，但正 7 边形却是例外；个位为 7 的整数是质数的概率最大。

地理学中：全球大陆分 7 大洲；世界有 7 大奇迹建筑；水体占地球表面积的 7 成；地表岩石圈分亚欧、美洲、非洲、南极洲、印度洋、太平洋、大西洋 7 大板块；潮汐周期 7 天；北纬 28 度附近有许多奇妙的自然景观，又存在着许多难解的神秘现象等。

音乐学中：7 彰显了它的特殊作用，7 个基本音级能演奏出所有变换莫测、婉转柔和的旋律；古琴有宫、商、角、徵、羽、文、武 7 根弦等。

文学中：七律、七绝古诗朗朗上口的韵律，诗情画意的表达，将错综复杂的事件或深挚婉曲的感情加以浓缩提炼，言简意赅，是最令人欣赏的文学题材；一遍文章分七部分是最条理清晰、层次分明的。

佛教中：佛祖出生后向东南西北各走了七步，步步生莲花，在菩提树下静坐七七 49 天后终修得正果。七是佛教的主旨：地、水、火、风、空、见、识为七法；金、银、琥珀、珊瑚、砗磲、琉璃、玛瑙为七宝；眼、耳、鼻、舌、身、意、意根为七心界；杀生、偷盗、邪淫、妄言、绮语、恶口、两舌称七恶；忠诚、希望、慷慨、正义、坚韧、节制、节俭为七美德；傲慢、嫉妒、暴怒、懒惰、贪婪、暴食、色欲为七宗罪；生、老、病、死、怨憎会、爱别离、求不得为七苦。

人体学上，身体与七密切相关：水分约占人体的 7 成；面部有口、鼻、耳、目 7 孔；体内有心、肝、脾、双肺、双肾 7 脏；胆、胃、大肠、小肠、膀胱、三焦、精（卵）巢 7 腑；内心有喜、怒、忧、思、悲、恐、惊 7 情；感受刺激有视、听、触、嗅、味、心觉、时间觉 7 觉；口能辨酸、甜、苦、辣、咸、鲜、涩 7 味；身体能产生唾、汗、泪、涕、尿、粪、精（卵）7 种排泄物；维持身体需水、脂肪、蛋白质、糖类、维生素、纤维素、无机盐 7 大营养素；颈由 7 块椎骨组成；人体有顶、眉间、喉、心、太阳、脐、海底 7 大脉轮；一只手（脚）有 14 块指（趾）骨；新生儿正常身高约 49cm；除皮肤外，人体内共 77 个器官；人一生中细胞最多能分裂七七 49 次，分裂周期最长为 3 年，按此推算人的极限寿命为 147 岁。

生理学上：一般认为正常人如果不进食只能维持 7 天生命；7 小时是人每天最理想的睡眠时间；人类的短时记忆量以复述出 7 位数为正常水平；孕期达到 7 个月以上的早产儿即可存活；手术后伤口愈合拆线，在术后第 7 天为最佳时间；一种疾病首次急性发作后是否转为亚急性或慢性，以 7 天为界限；器官移植中的排异现象，以 7 天为一个周期；人类常患的感冒，我国民间有“吃不吃药，七天自好”的谚语。

生物学中，生物由简单到复杂分朊毒体（无核酸结构）、病毒（有核酸结构）、原核生物、原生生物、真菌、植物、动物 7 种生命形态；生物分界、门、钢、目、科、属、种 7 个等级；地球生物圈分森林、草原、海洋、淡水、湿地、农田、城市 7 大生态系统；一棵完整的开花植物分根、茎、枝、叶、花、果、种 7 部分；高等动物由头、颈、胸、腹、肢、尾、性 7 大部位组成；鸡蛋孵化周期 21 天；哺乳动物孕期大多是 7 天的倍数。另外，组成人体蛋白质的氨基酸只有 21 种，包括赖、谷、丙、甘、缬、亮、脯、色、丝、酪、苏、精、组、天冬、半胱、苯丙、异亮、甲硫、硒代半胱氨酸，和天冬、谷氨酰胺。

物理学中，太阳光能分离出 7 种色光，红、橙、黄、绿、蓝、靛、紫可衍生出世上所有五彩缤纷、绚丽多彩的景色；基本物理单位刚好是 7 个：长度米(m)，时间秒(s)，质量千克(kg)，电流安培(A)，温度开尔文(K)，物质的量摩尔(mol)，发光强度坎德拉(cd)，7 个基本单位能派生出所有的物理量；自然界存在固态、液态、气态、等离子态、玻色-爱因斯坦凝聚态、费米子凝聚态、电子或中子简并态共 7 种物质形态。

化学中，元素周期表被 7 掌控：所有元素最多只有 7 个周期；原子核外侧最多只能有 7 层电子；最外层有 7 个电子的元素（ⅦA 族卤素）最活泼，如氟 F（非金属性最强）。周期表中 7 号是氮，前一位是碳，后一位是氧，三元素构成了生命的基本形式。另外，原子序数是 7 倍数的元素都很特别：7 号氮 N 既稳定又活泼，是 DNA 遗传物质的主要元素；14 号硅 Si 元素与 C 同族，理论上存在硅基生物；21 号钪 Sc 是第一个过渡元素；49 号铟 In 弯曲时会发出鸣音，铟锡氧化物（ITO）是透明金属；77 号铱 Ir 是最耐腐蚀的金属；98 号锎 Cf 有反铁磁性；112 号鎶 Cn 为最后一个过渡元素；元素种类限制在 7×17=119 种以内（119 号类钫 Uue 元素尚未合成）；元素相对原子质量限制在 7×42=294 以下。此外，PH=7 时，溶液显中性，它是酸碱的分界线。

太阳系中，氢元素约占太阳质量的 7 成；地球体积是月球的 49 倍；太阳系由内向外第 7 颗行星——天王星最冷(50K)，由外向内第 7 颗行星——金星最热(750K)。八大行星有七个离奇现象：①7 大行星公转轨道离心率小于 0.1，水星离奇（离心率 0.2）；②7 大行星有磁场，金星离奇（无磁场）；③7 大行星逆时针自转，金星离奇（倒转）；④7 大行星与太阳的质心位于太阳本体内，木星离奇（质心位于太阳本体外）；⑤7 大行星密度比水大，土星离奇（$0.7g/cm^3$）；⑥7 大行星自转轴与公转平面接近垂直运动，天王星离奇（自转轴倾角 98°，躺着滚动）；⑦7 大行星公转轨道与太阳距离符合波德定律($R=0.3\times2^{n-2}+0.4$ 个天文单位，n 是行星离太阳由近及远的次序，$n\neq1$。n=5 为小行星带，木星以外从 6 开始），海王星怪异（误差大）。人类赖以生存的地球中规中矩，因无离奇现象，才缔造了难能可贵的生命。火星体积仅为地球的 1/7，因无离奇现象才被认为是最有可能存在地外生命的星球，也是星际移民的首选之地。

宇宙中，北斗由天枢、天璇、天玑、天权、玉衡、开阳、摇光 7 星组成；宇宙分地球、地月系、太阳系、银河系、本星系群、超星系团、宇宙网 7 个层级；宇宙天体分黑洞、恒星、行星、卫星、脉冲星、矮行星、小行星 7 种；恒星分超巨星、亮巨星、巨星、亚巨星、主序星、亚矮星、白矮星 7 类……

2 妻与七

中国人对“七”情有独钟，这在诸多文化中可窥见一斑。生活中，倒茶要倒七分满；生活离不开柴、米、油、盐、酱、醋、茶七件事；七尺男儿；七巧板；筷子长度七寸六分；打蛇打七寸；床不离七；逢七必变等。神话故事里，女娲用七彩石补天、第七天造人；七仙女；七个葫芦娃；七七牛郎织女相会；道士们炼丹拜斗，大多以 49 天为期等。

在汉语中，“七”与“期”同音，期即为周期，周而复始之意。胎儿 7 天一个变化，出生后人的身体也是 7 天一个变化，甚至 7 年一个变化。婴儿 7 个月时长第一颗乳牙，7 岁时开始换牙，甚至人死后仍以 7 天为一祭，直至 49 天为止。

七日节律主要是受太阳和月亮共同作用形成，但古代中国人知其现象，不明其理，说不清道不明，又觉得奇秒无比，故将“奇”字的音节戴在了“七”的头上，使七与奇谐音，赋予了“七”浓厚的神奇色彩。

《黄帝内经•素问•上古天真论》中有言：“女子七岁，肾气盛，齿更发长；二七而天癸至，任脉通，太冲脉盛，月时以时下，故有子；三七，肾气平均，故真牙生而长极；四七，筋骨坚，发长极，身体盛壮；五七，阳明脉衰，面始焦，发始堕；六七，三阳脉衰于上，面皆焦，发始白；七七，任脉虚，太冲脉衰少，天癸竭，地道不通，故形坏而无子也”。意思是：女性 7 岁时开始肾气旺盛，更换牙齿，头发生长加快；14 岁时任脉盛，开始有月经，能怀孕生子；21 岁时肾气平衡，发育基本完成；28 岁时筋骨最强健，头发长到极点，身体达到高峰；35 岁时面容开始憔悴，头发开始脱落；42 岁时三阳脉开始衰退，面色枯槁，头发开始白了；49 岁时任脉虚，太冲脉衰少，月经结束，进入绝经期，不能怀孕生子了。另外女性每个月经周期一般为 28 天(1 个月)，妊娠期为四十个七天（280 天），故有怀胎十月之说。

可见，中国古代先哲们已发觉或意识到七是女性生理周期循环之数[1]，故将女性嫁给男人后称为“妻”，这是“妻”与“七”同音的根源所在，更是世界“七”文化之集大成者。“妻”字凝结了中国古人高超的智慧，将汉字的博大精深、浑然天成表达得淋漓尽致，岂是 wife（英语）、つま（日语）、Ehefrau（德语）、Жeна（俄语）之类单词所能达到的境界！

3 浅析七

“7”好像支配着一切，不管微观世界还是宏观世界，这个神秘数字几乎无处不在。然而，这些都只是浅显表象，使“7”神奇的是它的倒数。看下列几个等式：

1÷7=0.142857，　2÷7=0.285714，

3÷7=0.428571　　4÷7=0.571428，

5÷7=0.714285，　6÷7=0.857142。

从中不难发现一个规律：除了 7 的整数倍，其他任意正整数除以 7 所得结果的循环节均为 142857,不会产生 0、3、6、9，并且按固定顺序排列，只是开头数字变动。

有趣的是，把 142857 从中间拆分为两部分。即 142 和 857，然后相加可得 142＋857=999；拆成三部分相加，14＋28＋57=99；单个数字和：1＋4＋2＋8＋5＋7=27,2＋7=9，由此可知，“142857”与最大数字“9”之间存在密切关系。

更有趣的是，142857×142857=20408122449，再把 20408122449 拆成前后两部分相加，得：020408+122449=142857。

由 1÷7 受到启示，再计算一下 $1÷7^2$。

$1÷7^2$=0.020408163265306122448979591836734693877551（为方便表述，循环部分简称 A），乍一看乱七八糟的，其实内含藏许多天机。首先：它的循环长度是 42 位，在 7^2 以内的 49 个正整数中，除去 7 个 7 的整数倍，刚好剩余 42 个。

把 A 从中间一分为二，然后相加得：020408…122448+979591…877551=999999…999999（21 个 9）。再均匀拆成 3、6、7、14、21、42 部分，然后相加，可得：02040816326530+…+36734693877551=99…99（14 个 9）；0204081＋…＋3877551=29999997（9 分身为头 2 尾 7）；020408＋…＋877551=3142854（7 分身为头 3 尾 4）；020＋408＋…＋551=6993（9 分身为头 6 尾 3）；02＋…＋51=990（9 分身为头 9 尾 0）；0+2+0+…+5+5+1=189（9 分身为头 1 尾 8）。同上面如出一辙。

我们又惊奇的发现，算出前面的 21 位数字 0204…48 后，分别拿 9 减已知数字，便可依次得出后面的 9795…51，一一对应，绝无偏差。如下式：

　9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9

－0 2 0 4 0 8 1 6 3 2 6 5 3 0 6 1 2 2 4 4 8

＝9 7 9 5 9 1 8 3 6 7 3 4 6 9 3 8 7 7 5 5 1

利用前数可推知后数，这种将复杂乘除化为简单加减运算的方法，很不寻常。

142857^2=20408122449，20408+122449=142857，那 A 呢?A2=004164931278633902540608079966680549770928771345272802998750520616409829237817576 01，0041…7092+8771…7601=8775…4693，还原为原数，只是起始数字发生变化，与 142857 如出一辙。

4 探索七

怎会如此凑巧？无数巧合中必有规律。其实此类现象在数学运算中比比皆是，质数（2、3、5 除外）倒数的循环节都具这一法则，如：1/11=0.09，0+9=9；1/13=0.076923，076+923=999；1/17=0.0588235294117647，05…52+94…47=99…99；1/19=0.052631578947368421，05…78+47…21=99…99；1/47=0.0212765957446808510638297872340425531914893617，02…82+97…17=99…99；1/61=0.016393442622950819672131147540983606557377049180327868852459，01…40+98…59=99…99；1÷101=0.0099，00+99=99，……

像 142857、0588235294117647 这样，由一个质数倒数的循环节所得，叫循环数。

一个长为 P 的循环数在数字上是 1/(P+1)的循环节，此循环节在数字上就是一个循环数。由定义可知，142857 是 7 的循环数，0588235294117647 是 17 的循环数。142857 是唯一一个无前导“0”的循环数。

很多报道称“142857”是从埃及金字塔中发现的，但均未说明具体发现的时间、地点。其实这些都是毫无根据的无稽之谈，142857 只是最简单的循环数而已，并非发现于金字塔，只是一些别有用心的人故弄玄虚、以博眼球的数字游戏罢了。

循环数有三个特性，特性一：乘以任意小于 P 的正整数，结果发生数位滚动；特性二：等长拆分叠加得一系列 9（或分身）；特性三：循环长度为 P-1。

值得注意的是，并非所有大于 7 的质数都能产生循环数，如 1/37=0.027,1/41=0.02439，027、02439 都不符合循环数的特性，不能叫循环数。产生循环数的条件很苛刻，经验证，100 以内 25 个质数中只有 7、17、19、23、29、47、59、61、97，共 9 个数能产生循环数。因这些数既是质数，又能产生循环数，故将其叫做质循数，简称循数，符号 P。

像 A 这样由 $1/P^n$ 产生的循环小数（n 为大于 1 的正整数），在数字上我们把它叫做子循环数（或 n 代子循环数）。

A 只是子循环数这么简单普通吗？再回过头看 A。若把这 42 个数字两两一组写成一个数列：{02，04，08，16，32，65，30…75，51}，发现玄机了吗？怎么像比

聚知刊出版社
JZK publishing

值为 2 的等比数列？不对，为何到 65 时发生了变化？

通过仔细观察，不难发现奥妙之处：后数基本是前数的 2 倍，接近 49 倍数时略微变化。如果把这个数列的第 n 项记作 A_n，第 n+1 项记作 A_{n+1}，若 $2A_n$ 小于 49，则 $A_{n+1}=2A_n$；若 $2A_n$ 大于 49 的单数倍，小于 49 的双数倍，则 $A_{n+1}=2A_n+1$，有百位则舍去；若 $2A_n$ 大于 49 的双数倍，小于 49 的单数倍，则 $A_{n+1}=2A_n$，有百位则舍弃。可简记为：二倍关系，以 49 为基数，大于单倍加 1，大于双倍不变，遇百位舍去。

数学表达式为：当 $2A_n<7^2=49$ 时，$A_{n+1}=2A_n$；当 $7^2<2An<2\times7^2$ 时，则 $A_{n+1}=2A_n+1$；当 $2\times7^2<2A_n<3\times7^2$ 时，则 $A_{n+1}=2A_n-100$；当 $3\times7^2<2A_n<4\times7^2$ 时，$A_{n+1}=2A_n-100+1$。

按上述规律验证，32×2=64，49<64<98，个位加 1，变为 65；65×2=130，舍去百位，变为 30；30×2=60，个位加 1，变为 61…；87×2=174，舍去百位，个位加 1，变为 75，75×2=150，舍去百位，个位加 1，变为 51。既奇又妙的是，51×2=102，舍去百位，变为 02，首尾呼应，又循环回来了。再看 142857，14×2=28；28×2=56，49<56<98，个位加 1，变为 57；57×2=114，98<114<147，舍去百位，变为 14。和上述规律毫无二致。

于是，我们不妨把满足此类递进关系的数列叫做递进循环数列，此类的数叫递进循环数。

诡异的是，满足递进循环关系的不只有这一个数列，错动一位之后再组合，即{20, 40, 81, 63, 26…55, 10}，依然恪守这一规律。

错动一位依然循环，以其他两位数开始呢？01 开始{01, 02, 04, 08…}；03 开始{03, 06, 12, 24…}； 05 开始{05, 10, 20, 40…}；07 开始{07, 14, 28, 57…}；49 开始{49, 98, 97, 95…}； 99 开始{99, 98, 97, 95…}。

结果令人瞠目结舌，以任意两位数开始，按此规律，不出三步都将掉入 142857 和 A 里，142857 和 A 竟是两位数递进循环的黑洞（三位数的递进感兴趣的读者可以探究一下）。

5 揭秘七

倘若你认为 7 的神秘到此该结束了吧，答案是否定的，规律才初露倪端。

$1\div7^3$=0.002915451895043731778425655976676384839650145772594752186588921282798833819241982507288629737609329446064139941690962099125364431486880466472303206997084548104956268221574344023323615160349854227405247813411078717201166180758017492711370262390670553935860058309037900874635568513119533527696793（简称 B）。这么长，参差不齐，貌似毫无规律可寻。

不要被吓蒙，查一下位数——294 位。为何刚好 294 位呢？在 73=343 以内的正整数中，去掉 49 个 7 的整数倍，刚好剩余 294 个。每一次相除得到的余数各不相同，占满了 294 位。且数字 1、4、2、8、5、7 均匀出现 29 次，不偏不向。而在“142857”中不见踪影的 0、3、6、9 都得出 30 次。

世界上所有生物都是由细胞分裂产生的，1 个细胞变 2 个，2 变 4，4 变 8，8 变 16…，这些数把它的众数累加，一直加到只剩个位，如 512，5+1+2=8；1024，1+2+4=7；2048, 2+4+8=14, 1+4=5。最终这些数只能得到 1、2、4、5、7、8 六种结果，绝不会得出 0、3、6、9。另外，所有生物都有一个特点，比如：人的器官要么是一个要么是一对，没有 3 个的，这正对应中国俗语：3 条腿的蛤蟆不好找。换种说法：世界上所有生物都和 1、2、4、5、7、8 六个数密切相关，而与 0、3、6、9 关系不大。所以人自古就觉得数字不是平等的，1、2、4、5、7、8 是基础数字，属于低等，对应人类自身；0、3、6、9 是高等数字，是非现实而高于现实的，对应节奏、创造、智慧。基础数字和高等数字的区别，在 B 中得到完美体现，古人的智慧令人嗟叹。

再把 B 从中间一分为二，然后相加，结果更令人目瞪口呆。002…206+997…793=999…999（147 个 9），同 A 一样墨守成规。

根据定义，B 是第一个三代子循环数。它也是递进循环数吗？存在三位数以上的递进吗？由于 B 循环长度较大，规律难以捉摸。先把数字两两组合，每 20 组列为一排，如下表。

项	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	00	29	15	45	18	95	04	37	31	77	84	25	65	59	76	67	63	84	83	96
2	50	14	57	72	59	47	52	18	65	88	92	12	82	79	88	33	81	92	41	98
3	25	07	28	86	29	73	76	09	32	94	46	06	41	39	94	16	90	96	20	99
4	12	53	64	43	14	86	88	04	66	47	23	03	20	69	97	08	45	48	10	49
5	56	26	82	21	57	43	44	02	33	23	61	51	60	34	98	54	22	74	05	24

6	78	13	41	10	78	71	72	01	16	61	80	75	80	17	49	27	11	37	02	62
7	39	06	70	55	39	35	86	00	58	30	90	37	90	08	74	63	55	68	51	31
8	19	53	35	27	69	67	93	00	29	15	45	18	95	04	37	31	77	84	25	65

横着看，不易觉察数字关系。但竖着看，每列之间的递进关系就显而易见了，若把单元格记作 X_n（X∈A～T），则 $X_{n+1}=X_n/2$ 是单元格的通项公式。规律可概括为：若前数为奇，则 $X_{n+1}=(X_n+100)/2$；若前数为偶，则 $X_{n+1}=X_n/2$；余数全部舍去。如 $C_2=57$，因前数 $B_2=14$ 为偶数，则 $C_3=C_2/2=57/2=28.5$，舍余数变为 28；$A_4=12$，因前数 $T_3=99$ 为奇数，则 $A_5=(A_4+100)/2=(12+100)/2=56$。

找到这一规律后，满足递进关系的，就不只现在看到的这个结果了，相同位数组合（40 位以内），上下之间都存在这种关系。如 $A_3B_3C_3$ 中的 25072 对应 $A_2B_2C_2$ 中的 50145，$S_2T_2A_3B_3$ 中的 41982507 对应 $S_1T_1A_2B_2$ 中的 83965014。

再看一个例子，$1/17^2=0.0034\cdots3391$（循环部分简称 C）。同上把 C 两两组合每 42 位列为一排，如下表。

项	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1	00	34	60	20	76	12	45	67	47	40	48	44	29	06	57	43	94	46	36	67	82
2	00	69	20	41	52	24	91	34	94	80	96	88	58	13	14	87	88	92	73	35	64
3	01	38	40	83	04	49	82	69	89	61	93	77	16	26	29	75	77	85	46	71	28
4	02	76	81	66	08	99	65	39	79	23	87	54	32	52	59	51	55	70	93	42	56
5	05	53	63	32	17	99	30	79	58	47	75	08	65	05	19	03	11	41	86	85	12
6	11	07	26	64	35	98	61	59	16	95	50	17	30	10	38	06	22	83	73	70	24
7	22	14	53	28	71	97	23	18	33	91	00	34	60	20	76	12	45	67	47	40	48

可以看出下单元格基本是上单元格的 2 倍，但又并非全是 2 倍关系。为何 A、B、C 递进过程中总是受某种因素制约，数值忽大忽小，规律不统一？其实主要是受到了进位影响，以 B 为例进行说明，如下图所示：

递进倍数　舍头进位　舍头进位　舍头进位　舍头进位

0029×53=1537+8=1545；　1545×53=81885+10→1895；　1895×53=100435+2→0437；　0437×53=23161+16→3177；　3177×53=168381+44→8425；

8425×53=446525+34→6559；　6559×53=347627+40→7667；………；3527×53=186931+36→6967；　6967×53=369251+49→9300；…………

舍头进位　舍头进位

图中的递进倍数由首项和次项确定。同一个循环数或子循环数能以不同位数递进；相同位数错位递进，倍数相同；不同位数组合，递进倍数不同。B 还能以下列方式递进：

递进倍数　舍头进位　舍头进位　舍头进位　舍头进位

2915×53=154495+23→4518；4518×53=239454+50→9504；9504×53=503712+19→3731；3731×53=197743+41→7784；7784×53=412552……

递进倍数　舍头进位　舍头进位　舍头进位

00291×187=54417+101=54518；　54518×187=10194866+177→95043；95043×187=17773041+136→73177；73177×187=13684099+157→84256……

其实所有循环数和子循环数都具递进性，以上各图递进步骤具有普遍适用性。前文中 A 实质上也是按此递进的，是否加 1 取决于进位与否，如下图所示：

舍头进位　舍头进位　舍头进位　舍头进位　舍头进位

32×2=64+1=65；65×2=130+0→30；30×2=060+1→61；61×2=122→22；22×2=44；44×2=88+1→89；89×2=178+1→79；79×2=158+1→59；

59×2=118→18；18×2=36；36×2=72+1→73；73×2=146→46；46×2=92+1→93；93×2=186+1→87；87×2=174+1→75；75×2=150+1→51…

舍头进位　舍头进位　舍头进位　舍头进位

当递进倍数确定后，B 也能以下图方式进行推算递进：

0.1537×53=8.1461，取整数8　0.1885×53=9.9905，取整数10　0.0435×53=2.3055，取整数2　0.3161×53=16.7533，取整数16　0.8381×53=44.4193，取整数44

0029×53=1537+8=1545；1545×53=81885+10→1895；1895×53=100435+2→0437；0437×53=23161+16→3177；3177×53=168381+44→8425；

8425×53=446525+34→6559；　6559×53=347627+40→7667；………；　3527×53=186931+36→6967；6967×53=369251+49→9300；…………

0.6425×53=34.0525，取整数34　0.7627×53=40.4231，取整数40　0.6931×53=36.7343，取整数36　0.9251×53=49.0303，取整数49

0029×53=1537，0.1537×53=8.1461 取整数 8，故下一循环为 1537+8=1545；1545×53=81885，保持相同位数，舍去前面的 8，取 1885，0.1885×53=9.9905 取整数 10，下一循环为 1885+10=1895；……。

利用前数可推知后数，是循环数和子循环数最独具一格之处。非循环数则无此性质。圆周率 π 是无限不循环小数，利用计算机和云计算相结合方法现已算到小数点后 100 兆位，仍没有算尽，但 100 兆位的循数之倒数，即便无计算机辅助，也可用此方法算出精确值。

再将 B 均匀拆分后叠加，则：按 42 位一组分 7 段叠加等于 302040816326530612244897959183673469387 7548（57 分身为 3+48）；按 6 位一组分 49 段叠加等于 24142833（57 分身为 24+33）；按其他位等长拆分叠加才能得一系列 9（或分身）。

然后将数 C 均匀拆分后叠加，则：按 16 位一组分 17 段叠加等于 86193771626297639(17 的循环数分身)；按其他位等长拆分相加结果才能得一系列 9（或分身）。

实际上 C 是第二个二代子循环数。通过上述分析，可得出结论：由 $1/P^n$ 产生的子循环数也有三个特性，特性一：乘以 P 或 P^m 的整数倍会还原为上一代子循环数，乘以其他小于 P^n 的正整数才能发生数位滚动；特性二：按 P^m（P-1）位等长拆分叠加会还原为上一代子循环数，按其他位等长拆分叠加才能得一系列 9（或分身）；特性三：循环长度等于 P^{n-1}(P-1)位。（m、n∈正整数，m＜n。）

可见，子循环数继承了循环数大部分“基因”，与循环数有着异曲同工之妙。

值得一提的是，同一个循环数或子循环数中 1、2、4、5、7、8 六个基础数字频率相等，占据主导地位，次数值 $M=P^{n-1}$（P-1）/10(四舍五入取整数)，3 和 6、0 和 9 四个高等数字频率两两相等，其值范围为 M±1，且 3 和 6 的次数≥0 和 9 的次数。此可作为二者的共同特征。

1+4+2+8+5+7=27，六数频率相同，和值永远是 9 的倍数；而 3 和 6，0 和 9 频率相同，数字和也永远是 9 的倍数，这也解释了循环数和子循环数为何与“9”密不可分。六个基础数字不仅与生物息息相关，而且还是构成循环数和子循环数的基础。

人是自然之物，必遵循自然规律。宇宙中一切实物都是由元素构成的，在本质上遵循相同的数学和物理定则。七的循环性和递进性造就了元素的神奇，元素周期被七掌控的原因昭然若揭，前文中诸多与七相关的事项，也得到了相应揭示。

6 拓展

数学中，两个质数的乘积称为半质数[2]。可模仿定义把两个循数的乘积称为半循数，但前文中当两循数相等时已定义了子循环数。为便于区别，我们暂时把两个不同循数的乘积定义为半循数。由半循数倒数得到的循环小数称为半循环数。半循环数有何特性呢？看下面几个例子：

1/7/17=1/119=0.008403361344537815126050420168067226890756302521（循环长度 48，简称 D）。按 24 位一组叠加：008…050（24 位）+420…521=428571…428571（7 的循环数）；按 16 位一组叠加=17 的循环数；按 12 位一组叠加=7 的循环数；按 6 位一组叠加=7 的循环数；按其他位等长拆分叠加得一系列 9。

1/7/19=1/133=0.007518796992481203（长度 18）。按 6 位一组叠加=1285713（7 的循环数），按其他等长拆分叠加得一系列 9。

1/7/23=1/161=0.006211180124223602484472049689440993788819875776397515527950310559(长度 66)；按 22 位一组叠加=23 的循环数；按 6 位一组叠加=7 的循环数；按其他等长拆分相加得一系列 9。

1/17/19=1/323=0.003095975232198142414860681114551083591331269349845201238390092879256965944272445820433436532507739938080495356037151702786377708978328173374613（长度 144）。按 72 位一组叠加=19 的循环数；按 48 位一组叠加=17 的循环数；按 36 位一组相加=19 的循环数；按 18 位一组叠加=19 的循环数；按 16 位一组叠加=17 的循环数；按其他等长拆分相加得一系列 9。

后面的数位较大，不再一一列举……有兴趣的读者可以尝试一下，说不定会有惊人发现。

由此可以看出，半循环数与循环数和子循环数性质

大相径庭，循环长度也并非两循数循环长度的乘积。由 1/P×1/Q 产生的半循环数特征如下：①乘以其中一个循数整数倍（小于 P×Q）时会还原为另一个循数的循环数。但有时乘以 (P-1)(Q-1) 的其他因子时也会还原为某一循数的循环数；数位滚动的特性仅在乘以一些特殊正整数时才发生。②按 P-1 位或 Q-1 位等长拆分叠加会还原为 Q 或 P 的循环数。但按其他位数等长拆分也能得某一循数的循环数；③循环长度为两循环数循环长度乘积的一半，即 (P-1)（Q-1）/2。但特殊情况下不适用，如 1/（7×19）。以上三点均无普遍适用性，无普适性就不能称特性了。可见循环数的三个特性遗传到半循环数时已所剩无几。至于循环数和子循环数 124578 与 0369 出现频率相等的特征，在半循环数中也是不成立的。

虽然半循环数严重变异，但其递进性却得到完美保留，以 D 为例，如下图：

舍头进位　　舍头进位

0084×4=0336；0336×4=1344；1344×4=5376+2=5378；5378×4=21512；1512×4=6048+2=6050；6050×4=24200+1=4201；

4201×4=16804+2=6806；6806×4=27224+2=7226；7226×4=28904+3=8907；8907×4=35628+2=5630；5630×4=22520+1=2521。

舍头进位　　舍头进位　　舍头进位　　舍头进位

可见，递进性才是半循环数与循环数和子循环数的共同特征。

再将范围拓展，把多个循数的乘积统称为半循数，由半循数倒数得到的循环小数叫半循环数。当所有循数互不相等时称纯半循数，由纯半循数倒数得到的循环小数叫纯半循环数；当循数不全相等时称混半循数，由混半循数倒数得到的循环小数叫混半循环数；当所有循数全相等时称子循数，子循环数由此得名。前文中 7^2、7^3、17^2 都属子循数范畴。

循环数的三个特性在半循环数中不成立，只剩循环长度规律有迹可循，最终可得到猜想：纯半循环数的循环长度，最大为各循数减一的乘积除以 2 的循数个数减一次方。数学表达式为 $(P_1-1)(P_2-1)\cdots(P_n-1)/2^{n-1}$；最短为其最大循数的循环长度（如 1/7×1/19，结果为 19 的循环长度）。例：1/7×1/17×1/19×1/23=1/52003，循环长度推算最长为 6×16×18×22/24-1=38016/2^3=4752。经计算 1/52003=0.000019229…603561333，实际循环长度为 1584，猜想成立。

2023 年刚过去不久，数字“2023”有何特别之处呢？它只能分解成 17×17×7 一种结果，是混半循数的典型代表。上一次是 7×7×29=1421 年，下一次要等 280 年，到 7×7×47=2303 年了。由于子循环数遗传了循环数特征，可将子循环数看作一个整体。于是便可得到推论：混半循环数的循环长度，最长为子循环数循环长度与剩余各循数减一的乘积，除以 2 的剩余循数个数次方。数学表达式为 $P^m(P-1)\times(Q_1-1)(Q_2-1)\cdots(Q_n-1)/2^n$；最短为子循环数循环长度与剩余各循数减一的乘积，除以循数个数的阶乘。数学表达式为 $P^m(P-1)\times(Q_1-1)(Q_2-1)\cdots(Q_n-1)/n!$。经计算 1/2023=0.000494…311913（816 位），272×6/2=816，推论得证。

7 总结

数字是世界乃至整个宇宙的共同语言。在数字王国里，“7”包罗万象，超越各种文化、民族、国度，应该算是至上的存在。而从科学的角度出发，数字背后的物质实体才是真正值得我们探究的内容。实践是认知的来源，彻底缕清“数”与“理”的内在关系，全面剖析它的奥秘，人类科技应该会有一次质的飞跃。

参考文献

[1]温海清.再论数字 7 在蒙元时代的呈现及其象征意义[J].学术月刊，2021(2):195-205.
[2]G.A.Miller,陆冰章,陆丙甫.神奇的数字 7±2:人类信息加工能力的某些局限[J].心理科学进展,1983(04):53-65.DOI:CNKI:SUN:XLXD.0.1983-04-009.

作者简介：刘运锋（1986.12.24—），性别：男，民族：汉，籍贯：河南省郸城县，学历：本科，职称：工程师，现任郑煤集团郑新隆祥（新密）煤业有限公司总工程师。曾获 2003 年全国物理知识竞赛河南省二等奖、2005 年全国数学联赛预赛河南赛区一等奖。2013 年 7 月在《魅力中国》期刊发表本文前奏篇《神秘数字“7”》。