

基于核心素养的高中数学大单元教学设计——以立体几何课为例

张红烨

伊宁市第八中学，新疆伊宁，839300；

摘要：培养学生核心素养是高中数学大单元教学重要目标，有助于培养全面发展的人。本文引导学生从对空间几何体的整体观察入手，研究它们的结构特征，学习它们的表示方法。结合整理房间的过程，可以把具有相同功能的归到一起或按颜色分类或按形状大小分类。周围空间是有几何体构成的，那么该如何学习空间几何体呢？学习不能只见树木不见森林，进入高中阶段的学习需要不断拓宽自己的视野，培养直观感知、数学运算、推理论证的能力，学习本章内容要多观察、多绘图，也可以借助几何画板、Geogebra 等数学软件^[1]。

关键词：立体几何；研究方法；基本图形；直观想象；逻辑推理

DOI：10.69979/3029-2735.26.01.018

1 教学内容分析

本节课选自人教版数学必修第二册第八章第一课时《基本立体图形》，本节课作为立体几何初步的起始课在高三复习课中具有明晰图形特征，掌握立体几何本质的引领作用。在高三复习立体几何时不知该从何处入手，从近几年高考考察来看多以垂直的证明，求线面角、面面角为主，但大部分学生到高三复习课前都不知道该如何区分棱柱、棱锥或者棱锥（柱）、正棱锥（柱）等，但每一道高考题都是建立在椎体、柱体、台体或球体二基础上来进行证明或计算的，在新课标的指引下，本单元的教学目标是在本章起始课的基础上只有认识了空间几何体的结构特征，才有机会在平面上表示立体几何图形并研究直线、平面之间的平行和垂直关系，培养学生数学运算、逻辑推理、直观想象等核心素养。

2 教材与考题分析

（1）近几年的高考题中主要考察空间几何体结构特征以及基本图形为基础考察点、线、面的位置关系以及空间向量的应用和空间直角坐标系，题型每年都有变化，加入了一些创新，需要学生将所学知识应用到实际问题解决中。

2022 年全国甲卷——4 题由三视图还原空间几何体，考察棱柱的体积公式；7 题在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中根据线面角的定义以及长方体的结构特征求解边长或线面角；18 题在四棱锥 $P-ABCD$ 中根据线面垂直的性质证明线线垂直并求线面角。这些题

2022 年全国乙卷——7 题在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中考察线面面垂直以及空间直角坐标系，法向量的解法，18 题在四面体 $ABCD$ 中考察点根据线面垂直

可得到面面垂直。

2022 年新高考 I 卷——8 题在四棱锥中考察空间几何体的结构特征；9 题在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中考察点、直线、平面的位置关系；19 题在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 和三棱锥中考察空间几何体结构特征以及点、直线、平面的位置关系。

2022 年新高考 II 卷——7 题正三棱台中考察空间几何体结构特征；11 题三棱锥中考察空间几何体结构特征和点、直线、平面的位置关系；20 题在三棱锥 $P-ABC$ 中考察点、直线、平面的位置关系和空间向量及其运算；

2021 年全国甲卷——6 题借助三视图考察空间几何体；11 题考查空间几何体；19 题在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中考察空间向量的应用

2021 年全国乙卷——5 题正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中考察直线、平面的位置关系，16 题借助三视图主要考察空间几何体；18 题在四棱锥 $P-ABCD$ 中根据线面垂直关系可求得线线垂直，通过建立合适空间直角坐标系利用向量法求空间角。

2021 年新高考 I 卷——3 题在圆锥中考察空间几何体的结构特征；12 题在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中考察直线和平面位置关系；20 题在三棱锥 $A-BCD$ 中考察面面垂直的性质定理以及空间直角坐标系

2021 年新高考 II 卷——5 题在正四棱柱中考察空间几何体的结构特征；10 题在正方体中考察空间向量的应用；19 题在四棱锥 $Q-ABCD$ 中考察空间几何体的结构特征、空间向量的应用、空间直角坐标系以及点、直线、平面的位置关系。

上述的这些高考试题，不仅包括立体几何中的核心知识点，比如空间几何体的结构特征、直线与平面的位

置关、面面垂直的性质定理等,同时还隐含考察了学生对空间向量以及空间直角坐标系的认识。因此,在有关立体几何的大单元教学设计中,教师要立足学生实际情况,围绕数学学科核心素养规划教学内容,尤其是注重对学生空间想象和逻辑推理能力的培养。可以设计多样化的立体几何题型和情境,让学生利用所学的教材知识进行解决,慢慢建立起对立体几何知识的系统认知与灵活运用能力。

(2) 教材单元设计

新教材的内容主要包含基本立体图形、基本图形位置关系、几何学的发展,通过设计正方体截面问题串的形式提升学生在具体情境中提升直观想象、数学抽象、逻辑推理等素养、积累数学探究活动经验;建构主义中的鱼牛图体现出的直观视觉思维不在适合理解复杂的图形,学生作为发展的人具备内在能动反应,但他们对外界事物的接受还是依赖于原有的知识,所以为了提升高中生全面发展需要培养他们的几何直观能力并且在多方互动的过程中能够使用图形语言,思辨论证生活的三维空间。本章起始课的作用是统领本章知识要领和思想方法,展现本章内容在实际生活或科技中的应用,传播数学文化。^[3]

3 教学目标确立

为了更好的认识所处的空间形式结合学生心理结构特征现设定教学目标如下:

(1) 学生能够借助实物观察空间图形并认识柱、锥、台、球及简单组合体的结构特征,将其转化为平面图形解决。^[2]

(2) 通过对近几年高考题的梳理,展现对基础知识理解的重要性培养学生观察和认识世界的能力;通过实物模型、智慧黑板展示等手段,增强学生对空间图形的直观感受,形成一定的数学抽象能力,最终做到不仅掌握立体几何基本原理,同时能从具体的情境中抽象出数学模型。

(3) 启发学生通过类比、联想得到立体几何的研究对象和研究内容,让学生初步构建了研究立体几何的内容、框架和体系。^[2]

(4) 通过对空间几何体整体观察入手,认识空间图形的结构特征,方便进一步抽象出点、线、面的概念及位置关系;鼓励学生进行自主探究与合作交流,遇到问题通过查阅教材和向同学请教解决,培养自主学习能力。

(5) 创设合适的教学情境为学生的可持续发展和终身学习创造条件,情境的设置符合高中生认知规律,突出学生主体学习地位,使他们能灵活运用所学知识解决问题。^[2]

4 教学设计

(1) 综合考虑课程标准、考试要求、学生认知,本节课以帮助形成空间观念为核心,通过设置问题串,由平面到立体帮助学生认识空间几何体的结构特征。

问题 1: ①雨、流星的滑落可看出什么? 它们在空间中是否有特定的运动轨迹,这些轨迹构成了怎样的空间图形? 通过该问题引导学生从直观的角度去感知空间几何体并了解其结构特征。

②笔尖在纸面上移动能形成什么? 通过该问题,让学生思考点动成线的基本原理,将所形成的线条在空间中进行延伸会构成怎样的图形,从而培养学生感知空间几何体的能力。

③汽车在雨中行驶,雨刷器来回摆动形成什么? 通过这个问题,学生在探究中会进一步理解线动成面的原理,深化对空间几何体结构特征的认识。

④把一个硬币竖立起来轻轻的转动形成什么? 该问题能让学生更直观感受面动成体的过程,理解空间几何体是通过不同的面经过运动变化所构成,从而强化学生对空间几何体结构的深层理解。

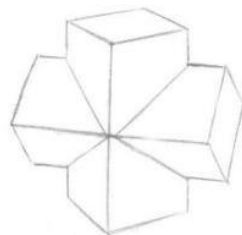
⑤医用注射器活塞的底是一个面,抽动活塞,活塞向上移,经过的地方由药水补充形成什么? 这个问题会让学生思考面动成体的具体应用,提升他们将数学知识与实际生活相关联的能力。

问题 2: 三条直线最多能组成几个直角?

问题 3: 如何检验旗杆与地面垂直? 怎样在海面上测量特塔的垂直度?

问题 4: 通过天舟六号采用快速对接模式前往中国空间站的视屏赏析提出如何刻画人造地球卫星轨道平面与赤道平面所成的角?

(2) 创设情境, 直观感知



问题 5: ①用一条直线可以将正方形分成一个三角形和四边形,那用一个三角形去截正方体所得的两部分分别是什么?

②一只蚂蚁从两个底面边长为 4, 高为 $6\sqrt{2}$ 的正四棱柱构成的“十字贯穿体”的点 C 出发,沿表面到达 D 的最短路线你能找到吗?

师: 我们是生活在一个三维空间,大部分事物不能用平面解决,需要寻求其他解决办法,那就让我们一起冲出平面,走向空间,从欣赏生活中的建筑物开始,请同学们从复杂或简单的物体中抽象出简单的几何体!

师：大家看，我们身边的这些高楼，是不是可以抽象成一个长方体呢？再比如，那个圆顶的建筑，是不是像在一个圆柱体上面加了一个半球体呢？现在，请大家在自己周围找一找，看哪些物体能被抽象成我们所学的几何体，同时请大家进行小组讨论，分享你的发现。

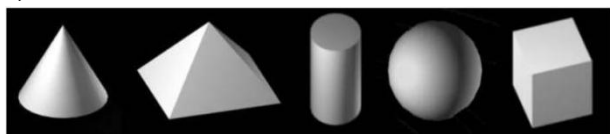
紧接着，教师投影，荷兰鹿特丹立方体房屋、广东立方体二维码建筑、瑞典斯德哥尔摩 Globen 体育馆、法国里昂圆柱体住宅、中国香港力宝中心、中国香港中银大厦、荷兰代尔夫特科技大学图书馆、贝聿铭玻璃金字塔、旧金山地标泛美大厦。

让学生感受几何体的单纯、精确、完整、富有逻辑性，也有各自的表情和强烈的表现力，任何复杂的建筑形体均可简化为基本形体的组合。

通过向学生展示这些建筑案例，学生便能直观感受到这些几何体的特点，不管是简单的立体房屋，还是造型独特的金字塔，都可以将简单几何体进行组合而成。这种组合不但体现了数学的逻辑性和精确性，而且赋予了建筑物独特的艺术表现力。

学生在分小组讨论的过程中，都分享了自己找到的生活中的几何体例子，加深了对结合体组合与建筑形态之间关系的理解。

问题 6：你能从中抽象出来简单的几何体并画出来吗？



问题 7：能否将抽象出的几何体放在三行二列上，使得每一行每一列都具备相同特征？

为了从平面过渡到立体，在引导学生对立体图形进行分类时，先从整体观察入手，通过直观感知可以分出多面体与旋转体，锥体、柱体、台体、球体。同时，在分类的过程中，教师进一步引导学生观察各类立体图形的特点。比如多面体是由多个面所组成，旋转体是由一个平面图形围绕一条特定直线旋转而成。通过这些对比和观察，学生便能化抽象为具体，清晰掌握不同类型立体图形的区别。

问题 8：你能对抽象出的几何体下定义吗？

通过对图形的观察和操作，引导学生逐步用准确的数学语言表达图形以及命题。学生在操作的过程中，亲自摆弄几何模型，将各种多面体和旋转体进行组合和拆分，仔细观察它们的结构。在观察时，充分树立学生主体地位，让他们尝试从多个角度审视图形，最终全面把握了图形的特征。学生操作完成后，组织他们进行小组交流，要求用准确的数学语言描述所观察和操作的图形，教师则来回巡视各小组，纠正学生表达不准确点，从而

使学生做到更精确描述图形，对立体几何有了深入认识。

(3) 总结并拓展延伸

学习就要始终保持好奇心，刻意培养观察以及合理思考的习惯，在解答高考题时把握住立体几何图形的结构特征，并能在平面中表达几何关系。在整个教学中，教师引导学生回顾了学习过程，让学生对立体几何图形有了初步认知，能剖析其内部结构特征，准确表达几何关系，明白了每个环节的重要性。在拓展延伸上，我们布置了一些具有挑战性的课后任务，如让学生寻找生活中的立体几何图形，尝试分享其几何特征并用数学语言进行描述；或者让学生研究如何将几种简单的立体几何图形进行组合，并分析组合后新图形的结构特点，从而培养学生的观察、思考和创新能力。

5 以单元设计的教学思考

通过对本校以及本班的学情了解，学生更需注重的是为什么要学以及如何应用的问题，如果把学习当成一场表演，是不能产生学习力的。本单元是在研究世界中物体的形状、大小和位置关系的过程中通过数学运算形成规范化思考问题的品质、利用几何图形描述问题提升数形结合的能力，增强运用直观和空间想象思考问题的意识。

在对近几年高考的梳理过程中发现，对立体图形的结构特征描述非常少，但又需要对立体图形的全面了解才得以证明几何命题或是异面直线、线面、面面夹角的计算^[4]，但其实对于我所带的班级来说，学生不会做第一问很大的原因是在学习立体几何初步第一课时就忽略其重要性，没有形成合理的空间观念，所以在学习第一课时应该重点让学生观察、感受，让学生将生活中见到的建筑体用基本图形制作出来，并说一说他是由哪些基本图形组成的，为后续学习打下良好的基础。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部制定. 普通高中数学 课程标准（2017 年版 2020 年修订）[M]. 北京：人民教育出版社，2020. 5.
- [2] 朱永厂，钱铭. 基于单元教学视角的章引言课：以“棱柱、棱锥和棱台”的教学为例[J]. 中国数学教育，2022, 31-32
- [3] 毛折东. 解读教材的三维架构——以人教 A 版新教材“立体几何初步”章节为例[A]. 中学教研（数学），2021. 5.
- [4] 吴丹. 增强学生空间感知能力的几种途径[A]. 中学数学参考，2022. 2.