

# 利用 GeoGebra 软件进行数学“可视化”解题教学的探究

谢文举

扬州大学数学科学学院，江苏扬州，225009；

金湖县育才小学，江苏淮安，211600；

**摘要：**在中学数学教学中，函数问题是教学的一个教学难点，由于其抽象性的特点，学生往往难以找到解决问题的要点，对于学生数学核心素养的提升也带来了许多困难。现代社会中，由于信息技术的快速发展，为数学课堂可视化教学及利用数学教学软件技术进行教学和问题解决的融合提供了可能。笔者就一个数学问题来尝试利用 GeoGebra 软件（以下简称 GGB）探究函数问题的解题和教学。

**关键词：**Geogebra 软件；数学教学；数学解题；核心素养

DOI: 10.69979/3029-2735.25.08.074

## 1 数学解题教学与教学软件

### 1.1 数学教学软件助推学科教学

计算机技术的迅猛发展与教学软件开发给学科教学带来了许多有利条件，教师可以充分利用和整合网络资源，如图片、音频等，给教师教学带来了许多便利之处。但是在特定学科的教学中，信息技术与学科教学的融合仍然是较为浅显的。以数学为例，当下中小学数学教学中对于多媒体和教学软件的利用主要还是依靠其呈现教学资源，让学生见识与接触到这些教学信息要素，辅以讲授法帮助学生理解学习内容，而没有充分利用软件带领学生体验“观察—分析—思考—探索”的学习过程，未能让学生直观地感受到知识地产生过程，这也是在一线教学中需要提高和改进的地方。

在数学教学中，函数学习由于抽象性的特点，学生脑中往往难以产生具象性的分析，也就更难以灵活地解决函数问题。

近年来，市面上产生了许多面向数学学科的教学软件，它们能有效的辅助课堂教学，对数学课堂教学的教、学、研很有推动作用。如 Metlab、几何画板、网络画板、GeoGebra 等。

### 1.2 GeoGebra 软件概述

本文就以 GGB 为例，对其着重介绍，包括它的用法、优点、操作步骤以及怎样结合解题教学，针对两类解析几何问题进行解题思路和方法的探究。

GeoGebra 作为一款整合动态几何与代数分析功能的数学教育工具，其应用范畴已突破传统教学界限。该平台不仅支持向量、几何点、线性图形及复杂曲线的可视化构建，更具备变量运算与参数化建模功能，有效衔接代数方程与几何图形的双向转换。这种独特的技术架构使其在 STEM 教育领域展现出显著优势，除核心数学课程外，现已成功应用于物理建模、化学实验模拟以及跨学科整合教学场景。教育实践中，该工具既可作为学生自主探究的学习平台，也可作为教师课堂演示和评估测试的辅助工具，通过交互式操作界面实现教学过程的动态可视化呈现。同时 GeoGebra 软件使用方法简单，功能强大，并且具有较强的交互性，可以将抽象、枯燥、复杂的知识以趣味、直观、生动的方式进行展示，使学生形成深刻的记忆，从而提高课堂教学效果和质量<sup>[1]</sup>。

### 1.3 GeoGebra 软件在数学“课堂解题教学中的应用

#### (1) 几何问题解题教学与可视化展示

在应对高中几何教学中的抽象概念解析难题时，GeoGebra 凭借其可视化实验平台与智能推理引擎的双重特性，为师生构建了数学认知的动态桥梁。该软件通过几何和代数相联动的技术特点，可将坐标系中的抽象定理转化为可操作的探究过程：教师可借助其动态几何建模功能构建可交互的图形对象，并通过参数调控实时调整几何要素。以三角形教学模块为例，当教师在软件界面中拖动顶点坐标或修改边角参数时，所有相关几何量

(如周长、面积、角度关系等) 将实现实时同步更新, 这种参数关联性设计使学生能直接观察几何不变性原理的直观验证。

以垂直平分线定理的教学为例, 教师可通过智能绘图工具生成具有约束关系的相交线段, 配合软件自带的几何推理引擎, 系统不仅能自动生成精确的垂直平分线, 还能在师生交互调整线段拓扑关系时, 动态展示平分线方程的数学推导过程。这种将静态证明转化为动态推演的创新模式, 使学习者能通过连续变形的图形序列捕捉几何本质特征, 进而建构完整的数学认知体系。

### (2) 代数解题与动态探索

在高中数学代数部分的教学实践中, GeoGebra 同样展现出独特的辅助作用。面对涉及方程解析、函数图像分析等抽象知识时, 这款软件能够将复杂的数学关系转化为可视化的动态模型。学生通过简单的操作就能生成各种函数图像, 并能实时调整其中的关键数值参数。

以二次函数教学为例, 当学生使用软件绘制抛物线图像后, 通过滑动条工具改变二次项、一次项及常数项的数值时, 可以立即观察到抛物线开口方向、顶点位置以及对称轴的具体变化。这种即时的图形反馈, 能帮助学生更直观地把握函数各系数对图像形态的影响规律。软件还内置了方程求解、导数计算等实用工具, 支持学生通过自主操作验证数学猜想。比如在三角函数单元, 当输入  $\cos x=1/2$  进行求解时, 软件不仅会列出方程的所有解, 还会在坐标系中标注对应的位置点, 使周期性和振幅特性通过视觉化方式呈现。

作为融合图形绘制与数值计算的多功能工具, GeoGebra 在数学课堂中扮演着重要角色。它通过动态演示与即时交互的特点, 让师生能够以探索实践的方式理解代数与几何的关联。无论是基础知识的理解还是复杂问题的推演, 这款软件都能提供直观的操作支持, 帮助学习者在动手实践中培养数学思维能力, 逐步提升解决问题的创新能力。

## 2 案例探究

为了使读者更有效地了解 GeoGebra 的使用环境、思路与方法, 下面就一个具体的问题在 GeoGebra 环境下进行探究。

一道 2023 年淮安市高中市统测数学问题:

过点  $P(-3, 0)$  作直线  $2x + (\lambda + 1)y + 2\lambda = 0$  ( $\lambda \in \mathbb{R}$ ) 的垂线, 垂足为  $M$ , 已知点  $N(3, 2)$ , 则当  $\lambda$  变化时,  $|MN|$

的取值范围是( )

- (A)  $A[0, 5 + \sqrt{5}]$
- (B)  $[5 - \sqrt{5}, 5 + \sqrt{5}]$
- (C)  $[5, 5 + \sqrt{5}]$
- (D)  $[5 - \sqrt{5}, 5]$

前期的理解和分析工作: 对于这样一条含有字母的动直线, 通过观察可以得到, 该直线过定点  $(1, -2)$ , 找到直线和点的特征, 这样我们可以通过 Geogebra 软件画图, 进行探究。

代数区绘图操作如下:

1. 在代数区输入动直线的解析式:  $2x + (\lambda + 1)y + 2\lambda = 0$  ( $\lambda \in \mathbb{R}$ ), 输入完成后, 生成解析式图像, 同时自动对字母  $\lambda$  生成滑动条。
2. 描出点  $P$ 、 $N$  的坐标  $P(-3, 0)$   $N(3, 2)$  和动直线所经过的定点  $H(1, -2)$
3. 过点  $P$  作已知动直线的垂线  $PM$ , 垂足为  $M$
4. 连接  $MN$ , 令直线  $MN$  长度 =  $g$

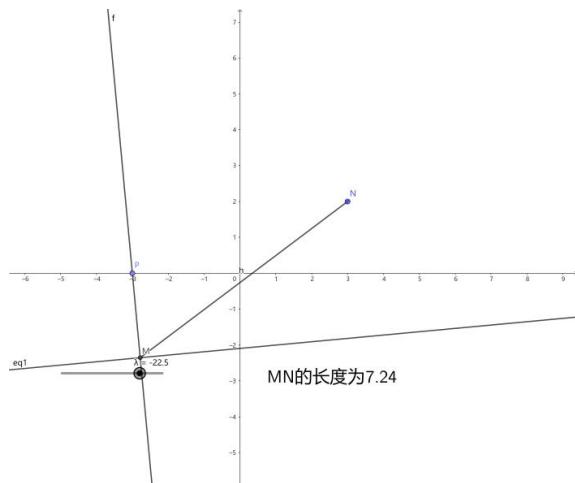


图 1

创建文本, 输入 “ $MN$  的长度为  $g$ ” 利用 LaTeX 公式显示  $g$  的长度如图 1 所示。

下面通过调整滑动条  $\lambda$  的范围来观察  $MN$  的长度变化

为了方便显示出最值, 可以将  $\lambda$  设置为 -1 到 -0.5 的范围内时, 发现  $MN$  的最小值为 2.76 将  $\lambda$  设置为 -70 到 0 的范围内时, 发现  $MN$  的最大值为 7.24 由此, 根据题目选项的近似值得出本题的答案选择 B。

进一步探究: 如何计算出  $MN$  的最大值和最小值呢? 通过 GeoGebra 对  $M$  的运动轨迹进行追踪, 设置 “显示轨迹” 如图 2 所示

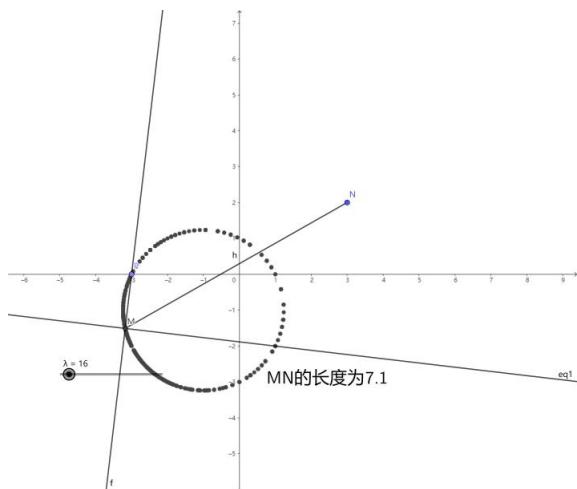


图 2

通过显示的轨迹，我们可以判断：M 点的轨迹是一个圆。

实际上，在初中阶段学生就已经学习过圆周角的相关知识：直径所对的圆周角为直角。在本题中，一直存在  $PM \perp MH$ ，因此可以把  $\angle PMH$  看作为直径 PH 所对的圆周角。也就找到了动点 M 所在圆的圆心  $(-1, -1)$ ，求得圆的轨迹方程为  $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 5$ ，进一步可以求出 M N 长度范围为  $[5 - \sqrt{5}, 5 + \sqrt{5}]$ 。

小结：对于几何动态问题，GeoGebra 软件可以将高度抽象的数学问题，具体化、形象化，从而极大地提升学生的探究兴趣。同时 GeoGebra 软件展现出的可视化解题教学的思路，对一线教师来说也有很多启发。

### 3 发挥 Geogebra 在课堂中可视化解题作用的教学建议

#### 3.1 注重学生的主动地位

在发挥 Geogebra 可视化解题优势的教学实践中，教师应始终将学生置于认知建构的中心位置，通过创设动态化、协作式的学习环境激发深层思维。具体实施中，可通过设计梯度探究任务构建自主探索路径：例如在探究二次函数顶点轨迹时，可提示学生开启“跟踪顶点”功能，通过拖动参数滑动条自动生成顶点运动轨迹，进而发现其与函数系数的内在关联。这种教学策略既保障了学生的操作自主权，又通过技术工具的智能反馈形成“实践-反思-修正”的认知闭环，使抽象数学原理通过集体探究自然浮现，最终形成以可视化探索为载体的深度学习模式。

#### 3.2 注重优化指导和评价方式

GeoGebra 软件是一个强大的数学教学辅助工具，我们将 GeoGebra 与高中数学课堂教学的深度融合，本质

上是用新兴技术对传统课堂教学的重构。教师需通过教学引导策略的迭代与评价维度的扩展，构建技术赋能的发现式学习路径：在函数模块中，可依托软件参数调节与图像联动的特性，将抽象的函数解析式转化为动态数学模型。学生在自主操作中完成变量关系可视化分析，不仅能深化对函数性质的本质理解，更能发展数学建模与猜想验证的高阶思维。针对几何证明教学，软件工具突破了传统静态演绎的局限。通过构建可交互的几何空间，师生可共同开展命题的动态推演，在此过程中形成“观察-猜想-验证-论证”的完整探究链条。这种协作式论证机制不仅提升了几何直观与逻辑推理能力，更通过师生共研实现了课堂结构的深度转型——教师从知识传授者转变为认知脚手架搭建者，而基于软件操作轨迹的过程性数据采集，则为多维能力评价提供了实证支持。

同时教师还可以借助它有效优化评价方式。在传统的高中数学课堂教学中，评价主要依靠考试和作业，而结合 GeoGebra 软件，教师可以引入更多的实践性评价方式。教师可以在课堂上给学生设置一个实际问题，让他们利用软件来求解，并写出解题过程和思路。这样的评价方式不仅能够让教师更全面地了解学生的数学思维和解决问题的能力，还能够激发学生的数学学习兴趣和创造力<sup>[2]</sup>。

### 4 总结与展望

GeoGebra 软件是一个强大的数学教学工具，在教学中，学生利用 GeoGebra 软件探索出代数或几何概念产生、形成、抽象的过程，教师主导学生利用正确的数学模型解决数学和专业问题<sup>[3]</sup>。与此同时，教学中亦不可过度依赖教学软件的直观性而替代严格的数学证明。相信随着教学实践的不断深入，一线教师们能够总结出合理利用 Geogebra 的教学实践模式，更加有效地利用和开发和推广 Geogebra 软件以促进教学目标的达成和学生数学核心素养的落实。

### 参考文献

- [1] 朱守磊. GeoGebra 软件与高中数学“问题解决”课堂教学深度融合的探究[J]. 求知导刊, 2023, (36): 62-64. DOI: 10.14161/j.cnki.qzdk.2023.36.021.
- [2] 陈小武, 高霞. “互联网+”背景下高中数学教学策略[J]. 中国新通信, 2022, 24(23): 170-172.
- [3] 张巧珍, 朱天芬. 基于核心素养的可视化高职数学概念教学——以导数的概念为例[J]. 科技风, 2025, (01): 128-130. DOI: 10.19392/j.cnki.1671-7341.202501042.