

基于高斯过程模型预测控制的人形机器人运动控制

魏嘉梁 孔令云 邹星赞 尹俊仁 赵明伟

西京学院，陕西省西安市，710100；

摘要：人形机器人的动态平衡控制面临模型简化与实时性矛盾的关键挑战。传统方法如零力矩点（ZMP）控制存在鲁棒性差、弹簧倒立摆（SLIP）模型存在滞后性，而传统非线性模型预测控制（NMPC）在模型失配时性能下降。本文针对这些问题，提出一种融合单刚体模型（SRBD）、高斯过程（GP）与模型预测控制（MPC）的改进框架，旨在提升复杂环境下的运动稳定性和实时性。

关键词：人形机器人；模型预测控制；单刚体模型；高斯过程

DOI：10.69979/3041-0673.25.07.018

引言

人形机器人作为具身智能的终极形态，正经历从实验室原型到产业落地的关键转折，但人形机器人的稳态行走仍存在问题，模型预测控制（MPC）以其显式约束处理与滚动优化特性，被视为解决上述挑战的理想工具。Kazuhito Yokoi, Shuji Kajita 等在 HRP-2 人形机器人的步态规划中首次提出了基于简化线性倒立摆模型的 MPC 方法，用于生成稳定的步行模式。^[1] Ott、Albu-Schäffer 在 DLR 双足机器人中首次将非线性 MPC 应用于关节力矩级别的动态优化，提升非线性处理能力、多约束集成、长期优化与动态适应性，能够显著提升复杂环境下的运动稳定性和鲁棒性。^[2] Tedrake, Pratt 在 MIT Cheetah 项目前身中，将 MPC 与强化学习结合，作为动态平衡的核心判据，显著提升了复杂动态系统的控制性能。^[3] Bledt, Wensing 与 Kim 采用基于非线性优化的正规预测控制使得 MIT Mini Cheetah 实现复杂地形自适应步态，通过引入正则化机制，在传统 NMPC 的基础上显著提升了数值稳定性、鲁棒性和计算效率^[4]，Sleiman, Farshidian, Minniti, Hutter 等人统一 MPC 框架（全身动力学+质心模型），通过制定一个单一的多接触最优控制问题来统一动态运动和操作任务使得轮腿机器 ANYmal 实现混合运动。^[5] 针对人形机器人动态平衡控制中模型简化与实时性的矛盾，本文提出一种基于单刚体模型（SRBD）与零力矩点（ZMP）约束的模型预测控制（MPC）框架，并引入高斯过程（GP），补充单刚体模型未建立但实际系统常存在的未建模动态。

1 人形机器人运动学分析

本文采用开源机器人平台 KUAVO_4pro 作为实验平台作为算法实现，整机 28 个自由度，如图 1-1：



图 1-1 机器人外观

使用模型预测控制需要以机器人模型作为基础，因此需要对机器人进行正逆运动学的分析，对 KUAVO_pro 4 头部、手臂、腿部做正逆运动学分析，建立拓补结构坐标系图如图 1-2

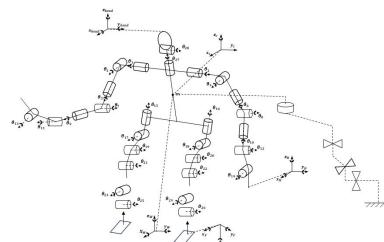


图 1-2 拓补结构坐标图

1.1 人形机器人头部运动学分析

对头部进行正运动学推导，得到末端摄像头位姿，头部改进 D-H 参数表如表 1-1：

表 1-1 头部改进 D-H 参数表

Joint	a_i	α_i	d_i	θ_i
27	0	$-\frac{\pi}{2}$	0	θ_{27}
28	0	0	d_{28}	θ_{28}

将 D-H 参数代入齐次变换矩阵中，并做连乘，得到头部正运动学姿态：

$$\text{base } T_{cam} = \begin{bmatrix} c\theta_{27}c\theta_{28} & -s\theta_{27} & c\theta_{27}s\theta_{28} & 0 \\ s\theta_{27}c\theta_{28} & c\theta_{27} & s\theta_{27}s\theta_{28} & 0 \\ -s\theta_{28} & 0 & c\theta_{28} & d_{28} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

末端位姿

$$p_{cam} = [0, 0, d_{28}]^T, R_{cam} = \text{Rot}(Z, \theta_{27}) \cdot \text{Rot}(X, \theta_{28}) \quad (1-2)$$

头部逆运动学预期头部位姿为

$$p_{desired} = [x, y, z]^T, (\theta_{27}, \theta_{28}) \quad (1-3)$$

逆运动学解为：

$$\theta_{27} = \text{arctan}2(y, x), \quad \theta_{28} = \arcsin\left(\frac{z - d_{28}}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \quad (1-4)$$

约束为：

$$\theta_{27} \in [-30^\circ, +30^\circ], \theta_{28} \in [-90^\circ, +95^\circ] \quad (1-5)$$

1.2 人形机器人手臂与腿部运动学分析

手臂以及腿部的运动学分析流程与头部一致，细节下文不再演示，人形机器人左右结构呈矢状面对称，可从单臂或单腿推广到全身，单臂 DH 参数表如表 1-2 所示：

表 1-2 单臂改进 D-H 参数表

Joint	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$-\frac{\pi}{2}$	0	θ_1
2	L_1	$+\frac{\pi}{2}$	0	θ_2

$$\dot{\theta}_{k+1} = \theta_k + \Delta t \cdot \dot{\theta}, \quad \|p_d - p_{current}\| < 1mm, \quad \|R_d - R_{current}\|_F < 0.1 \quad (1-11)$$

1.3 单刚体模型简化

KUAVO_4pro 人形机器人具有 28 个自由度 (DOF)，且由于浮动基座的存在，存在欠驱动问题，若采用拉格朗日全身浮动基座动力学模型，需求解高维非线性方程：

3	L_2	$-\frac{\pi}{2}$	0	θ_3
4	L_3	0	0	θ_4
5	L_4	$+\frac{\pi}{2}$	0	θ_5
6	L_5	$-\frac{\pi}{2}$	0	θ_6
7	L_6	0	0	θ_7

单臂与单腿的推导过程类似，将 D-H 参数代入齐次变换矩阵，末端相对于基坐标的位姿为

$$\text{base } T_{end} = A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n = \begin{bmatrix} R_{3X3} & p_{3x1} \\ 0_{1x3} & 1 \end{bmatrix} \quad (1-6)$$

$$p = [p_x, p_y, p_z]^T, R = [n, s, a]$$

由于多关节属于冗余系统，导致逆运动学存在无穷多解，通过构建雅克比矩阵

$$\begin{aligned} J &= [J_1, J_2 \cdots J_n] \\ \dot{x} &= J \dot{\theta} \\ \dot{\theta} &= [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dots, \dot{\theta}_n]^T \end{aligned} \quad (1-7)$$

雅克比矩阵的伪逆矩阵：

$$J^\dagger = J^T (J J^T + \lambda I)^{-1} \quad (1-8)$$

通过最小化误差 $e = x_d - x_{current}$ 求解关节角：

$$\dot{\theta} = J^\dagger (\dot{x}_d + K e) \quad (1-9)$$

其中 K 为 PID 增益矩阵：

$$K = \text{diag}(k_p, k_p, k_p, k_r, k_r, k_r) \quad (1-10)$$

通过数值积分迭代得出各关节关节角：

$$\dot{M}(q) u + B(q, u) + G(q) = S^T \tau + J_{EXT}^T F_{EXT} \quad (1-12)$$

直接求解效率低下，为了提高计算效率与可解释性，采用采用单刚体模型 (Single Rigid Body, SRB)，假设机器人躯干为刚体，腿部质量集中于髋关节，忽略关

节动力学与连杆柔性。

(1-15)

单刚体模型店状态变量为:

$$x = [\theta^T, p_{CoM}^T, \dot{\omega}^T, \dot{p}_{CoM}^T, g]^T \quad (1-13)$$

控制输入为足端接触力 $f_i \in R^3$ (i=1, 2 对应左右脚)

使用牛顿-欧拉公式建立单刚体动力学方程：

$$M \ddot{p}_{com} = \sum_{i=1}^{N_c} f_i + Mg \quad (1-14)$$

$$\dot{I\omega} + \omega \times I\omega = \sum_{i=1}^{N_c} (r_i \times f_i)$$

在机器人平稳行走时, 横滚角与俯仰角在 0 附近波动, 为分析更为简便可将其忽略, 即:

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\varphi} \end{bmatrix}^T \approx \begin{bmatrix} c\varphi & s\varphi & 0 \\ -s\varphi & c\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \omega \approx R_z(\varphi) \omega$$

则机器人动力学状态空间方程为：

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1-16)$$

使用前向欧拉法对状态空间方程进行离散化：

$$\begin{aligned}\hat{A} &= e^{AT} = I + TA \\ \hat{B} &= \int_0^T e^{AT} dt B = TB\end{aligned}\quad (1-17)$$

得到离散状态空间方程:

$$x_{k+1} = \hat{A}_k x_k + \hat{B}_k u_k \quad (1-18)$$

2 模型预测控制问题构建

模型预测控制（MPC）是通过预测系统未来行为、优化控制动作序列，并实时调整当前决策以实现目标的高效控制方法，本文构建的模型预测框架如图 2-1：

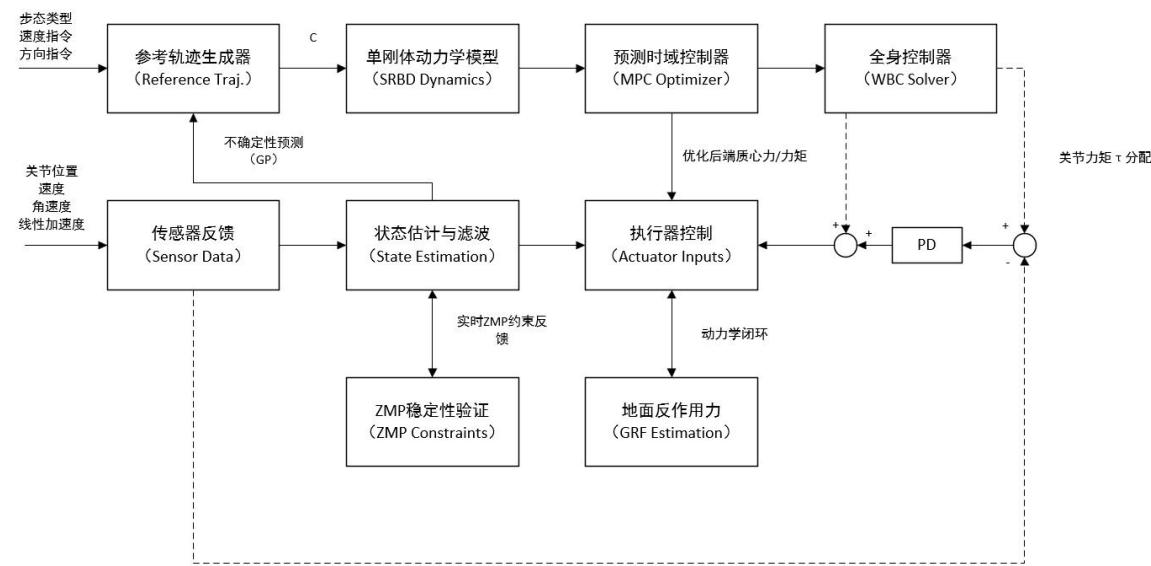


图 2-1 MPC 模型控制流程

2.1 高斯过程状态空间设计

因此本文提出一种加入高斯过程 (GP) 在线学习动态残差动态, 补偿模型误差, 概率预测提前规避高风险扰动的 GP-MPC, 提高模型预测控制对突变环境的适应能力。上一节中得出了人形机器人的线性状态空间方程, 然而机器人模型在执行时多数时间是非线性的, 且实际系统中存在无法精确建模的动态误差, 通过引入高斯过程 (GP) 补偿未建模动态 (如地面摩擦、外部扰动) 用 δ 表示:

$$\delta(x_k, u_k) \sim GP(0, k(x_k, u_k; x_k', u_k')) \quad (2-1)$$

将状态空间方程转换成非线性概率形式：

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + \delta(x_k, u_k) \quad (2-2)$$

使用传感器数据融合卡尔曼滤波可得到当前状态估计值 \hat{x}_k 并推导出 x_{k+i} ，预测时域内的状态分布满足高斯分布，可得出：

$$x_{k+i} \sim N(\mu_{k+i}, \Sigma_{k+i}) \quad (2-3)$$

2.2 模型预测控制器设计

引入高斯过程的目标函数，最小化跟踪误差与控制能耗并且惩罚不确定性：

$$J = \sum_{i=1}^N (\|\boldsymbol{\mu}_{k+i} - \boldsymbol{x}_{ref,k+i}\|_Q^2 + Tr(Q_\Sigma \Sigma_{k+i})) + \sum_{i=0}^{N-1} \|\boldsymbol{u}_{k+i}\|_R^2 \quad (2-4)$$

优化过程得出的结构在过程中可能不满足机器人的结构，导致产生奇异点或关节旋转超限的情况，因此需要引入以下约束条件：

(1) 动力学方程

$$\boldsymbol{\mu}_{k+i+1} = f(\boldsymbol{\mu}_{k+i}, \boldsymbol{u}_{k+i}) \quad (i=0, \dots, N-1) \quad (2-5)$$

(2) 执行器约束

$$\boldsymbol{u}_{min} \leq \boldsymbol{u}_{k+i} \leq \boldsymbol{u}_{max} \quad (2-6)$$

(3) 接触力摩擦锥约束

$$|f_{i,\tau}| \leq \mu f_{i,n}, (\mu \sim N(\mu_0, \sigma_\mu^2)) \quad (2-7)$$

除以上三类约束，本文还引入零力矩点 (ZMP) 稳定性约束，零力矩点 (ZMP) 需位于支撑多边形内以保证动态平衡：

$$p_{ZMP} = \frac{\sum_{i=1}^{N_c} (x_i f_{i,z} - z_i f_{i,x})}{\sum_{i=1}^{N_c} f_{i,z}} \quad (2-8)$$

考虑到 GP 预测的不确定性，将硬约束转化为概率约束

$$P(p_{ZMP}, k \in S_{support}) \geq 99\% \quad (2-9)$$

通过收缩支撑区域增强鲁棒性：

$$S_{safe,k} = S_{support} \setminus 3\sigma_{ZMP,k} \quad (2-10)$$

使用 qpoASE 求解器最小化目标函数，则可得到单刚体动力学模型的最优状态变量与输出，代入动力学方程中即可求得地面接触力，为了将底部接触力转换为机器人全身关节力矩，此时引入全身控制 WPC 并使用松弛优化解决此问

3 全身控制问题构建

3.1 WPC 全身控制器设计

全身控制 (WBC) 是一种协调机器人所有自由度 (关节) 和接触力的控制方法，旨在同时满足运动任务目标 (如质心轨迹跟踪) 和物理约束 (如关节力矩限制、接

触力摩擦锥约束)。其核心思想是通过优化算法，将高层任务 (如行走、抓取) 分解为关节级的控制指令，实现全身运动的动态协调。

本文人形机器人常见目标任务与优先级如表 3-1：

表 3-1 任务及其优先级

任务优先级	目标任务
1	保持躯干平衡
2	保持躯干姿态
3	追踪预期位置
4	摆动腿位置跟随

在运动学部分描述过对速度雅克比矩阵的求解方法，将其推广至广义关节变量：

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{J} \dot{\boldsymbol{q}} \quad (3-1)$$

通过雅克比矩阵可以将关节空间转换为任务空间，末端位姿表示机器人需要进行的一个任务，则可通过求逆得到完成任务需要的关节速度：

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{J}^\dagger \dot{\boldsymbol{x}} \quad (3-2)$$

同时通过对雅克比矩阵进行转置得到力雅克比矩阵，则可将任务空间的力映射到关节力矩：

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{J}^T \boldsymbol{F} \quad (3-3)$$

通过引入零空间矩阵，则任务可分解为：

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{J}^\dagger \dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{N} \dot{\boldsymbol{q}}_\forall \quad (3-4)$$

$\boldsymbol{J}^\dagger \dot{\boldsymbol{x}}$ 作为主任务保证末端以期望 \boldsymbol{x} 进行运动， $\boldsymbol{N} \dot{\boldsymbol{q}}_\forall$ 在零空间内调整关节速度，不影响主任务。

任务优先级根据 i 的大小依次递减，则任务及优先级可表示为：

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{i-1}^A = \boldsymbol{J}_{i-1}^A \dot{\boldsymbol{q}}_{i-1} \quad (3-5)$$

前 $i-1$ 个任务的零空间矩阵为：

$$\boldsymbol{N}_{i-1}^A = \boldsymbol{E} - (\boldsymbol{J}_{i-1}^A)^\dagger \boldsymbol{J}_{i-1}^A \quad (3-6)$$

则前 i 个任务的关节空间速度为：

$$\begin{aligned}\dot{q}_i &= \dot{q}_{i-1} + N_{i-1}^A \dot{q}_v \\ \dot{q}_v &= (J_i N_{i-1}^A)^\dagger (x - J_i \dot{q}_{i-1})\end{aligned}\quad (3-7)$$

满足第 i 个任务优先级的关节空间速度为：

$$\dot{q}_i = \dot{q}_{i-1} + (J_i N_{i-1}^A)^\dagger (x_i - J_{i-1} \dot{q}_{i-1}) \quad (3-8)$$

通过引入 KP 控制实时修补误差。

$$\dot{v}_i^{cmd} = \dot{v}_i^d + Kp_i(p_i^d - p_i) + Kd_i(v_i^d - v_i) \quad (3-9)$$

通过迭代计算，则可获得各个关节的广义速度，以上步奏为速度级全身控制，位置级以及加速度级的全身控制流程相同，下文不表。

由于加速度是根据当前状态值，通过任务优先级算法得出，倾向当前的控制，而接触力是由模型预测控制通过单刚体模型计算得到，倾向未来一段时间的控制，此时无法将模型预测迭代得出的接触力与全身控制得出的关节位置、速度、加速度代入全身浮动基座动力学模型左右两侧。

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \tau_j \end{bmatrix} = M(q) \cdot (\ddot{q}^d + \delta \ddot{q}) + C(q, \dot{q}) - J_c^T \cdot ({}^0 f_{mpc} + \delta f) \quad (3-12)$$

将计算后的关节力矩作为 PD 控制器的前馈，代入控制器中，经过解算则可得出关节的真实力矩，人形机器人得以控制。

4 实验结果与总结

4.1 实验仿真结果

本文通过 ROS 平台实现算法的实现，ROS 是一个开

3.2 松弛优化

为了解决模型预测控制与全身控制的不兼容，引入松弛优化通过最小化接触力和关节加速度来保证满足浮动基动力学公式，构建松弛优化目标函数：

$$\min_{\delta f, \delta \ddot{q}} J(\delta f, \delta \ddot{q}) = \delta f^T R_f \delta f + \delta \ddot{q}^T R_{\ddot{q}} \delta \ddot{q} \quad (3-10)$$

满足以下约束：

$$\begin{aligned}\delta_{srbd} \cdot M(q) \ddot{q} + \delta_{srbd} \cdot C(q, \dot{q}) &= \delta_{srbd} \cdot J_c^T f_c \\ {}^0 f_c &= {}^0 f_{mpc} + \delta f \\ \ddot{q} &= \ddot{q}^d + \delta \ddot{q} \\ c_i^{LB} \leq C_i \cdot {}^0 f_{c,i} &\leq c_i^{UB}, \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}\end{aligned}\quad (3-11)$$

通过将松弛优化求解后的误差代入到动力学公式中，则可计算出各关节力矩：

源的机器人开发框架，通过模块化工具、分布式通信和丰富生态，简化复杂机器人系统的设计与协作，通过 xacro 与 urdf 构建机器人模型，使其可在 rviz 与 mujoco 中进行仿真，通过引用对刚体动力学进行算法化的 pinocchio 库，可高效的实现机器人的动力学计算框架，经仿真，机器人可沿着正方形、原型、S 曲线进行平稳行走，如图 4-1：

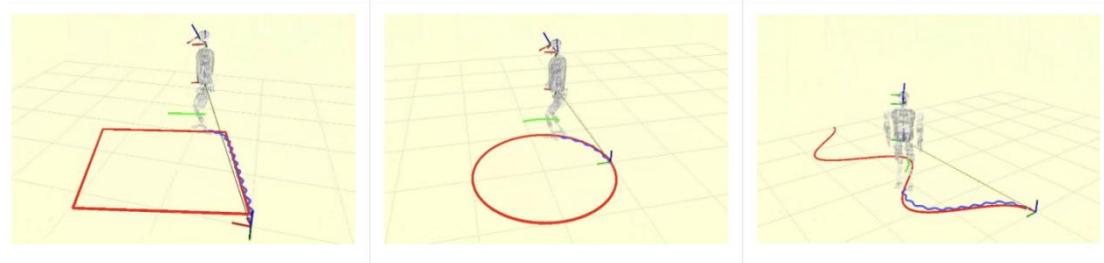


图 4-1 机器人稳定行走

对比传统 MPC，本文采用的 GP-MPC 在跟踪轨迹上的对比如图 4-2

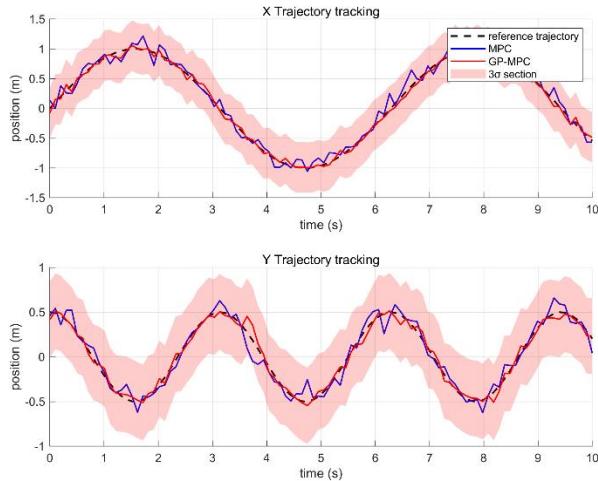


图 4-2 轨迹追踪

在指标上, ZMP、MPC、GP-MPC 的对比如表 4-1

表 4-1 算法对比

指标	ZMP	MPC	GP-MPC
ZMP 跟踪误差 (mm)	15.2	5.8	3.1
单步计算时间 (ms)	0.8	8.5	18.3
最大抗推力 (N)	6.0	10.5	14.2
斜坡行走成功率 (%)	65%	88%	96%

虽然在计算时间指标上, GP-MPC 需要更长的计算量,但在其他指标上, 较优于其他算法, 在搭载高处理器性能的平台上, 该算法能提供更加准确的控制。

4.2 总结

本文提出的 GP-MPC 框架通过 SRBD 简化、GP 动态补偿与松弛优化, 有效解决了人形机器人动态平衡控制中模型精度与实时性的矛盾。实验表明, 该方法在跟踪精度、抗扰动能力与复杂地形适应性方面优于传统方法, 为高动态人形机器人控制提供了理论支持与工程实践

参考。

参考文献

- [1]. Kajita S, Kaneko K, et al. Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment point[C]//2003 IEEE international conference on robotics and automation (Cat. No. 03CH37422). IEEE, 2003, 2: 1620-1626.
- [2]. Christian Ott, Alin Albu-Schäffer, et al. (2005). A hybrid system approach to model predictive control of legged robots. IFAC World Congress.
- [3]. Koolen T. Capturability-based analysis and control of legged locomotion[J]. Delft University of Technology, thesis for the degree of Master of Science, 2011.
- [4]. Bledt G, Kim S. Implementing regularized predictive control for simultaneous real-time footstep and ground reaction force optimization [C]//2019 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2019: 6316-6323.
- [5]. Sleiman J P, Farshidian F, Minniti M V, et al. A unified mpc framework for whole-body dynamic locomotion and manipulation[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6(3): 4688-4695.